irmgn.ir

موسسه آموزش عالی آزاد

کنترل کیفیت آماری

جزوه ۲۵٪ چهارم

ویرایش اول

تالیف:

دکتر احمد گائینی

دی‌ماه ۸۹

irmgn.ir

فصل چهارم

نمونه‌گیری برای پذیرش (acceptance sampling)

وقتی باید برای قبول یا رد یک محموله تصمیم بگیریم سه راه در مقابل ما قرار دارد.

الف) تصمیم بدون مشاهده ب) بازرسی صددرصد تمام عناصر محموله

ج) نمونه‌گیری برای پذیرش

روش سوم که موضوع این فصل است به وضوح از دو روش دیگر منطقی‌تر می‌باشد این روش کنترل کیفیت تلقی نمی‌شود و یکی از اهداف آن ارزیابی محموله می‌باشد با توجه به ماهیت نمونه‌گیری تصمیم با این روش ممکن است خطاهایی ایجاد کند. یعنی محموله‌های رد شده ممکن است از لحاظ کیفیت از محموله‌های قبول شده بالاتر باشند.

روش تصمیم (الف) موقعی کاربرد دارد که آنقدر به تولیدات اطمینان داشته باشیم که هزینه بازرسی و نمونه‌گیری توجیه اقتصادی نداشته باشد.

روش تصمیم (ب) موقعی کاربرد دارد که محموله آنقدر مهم است که عدم شناسایی معیوب‌ها خسارت بسیار وارد می‌کند.

روش تصمیم (ج) در مواقعی کاربرد دارد که آزمایش مخرب و یا بازرسی 100% هزینه زیاد یا زمان طولانی به دنبال داشته باشد.

انواع طرح‌های نمونه‌گیری برای پذیرش

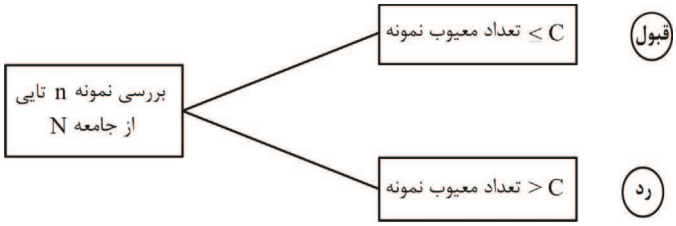
I. طرح‌های نمونه‌گیری برای پذیرش وصفی‌ها

در این طرح‌ها عناصر محموله‌ها غالباً به دو نوع سالم و معیوب یا بهتر بگوییم منطبق و نامطبق تقسیم می‌شوند. در ادامه چند نوع طرح را شرح می‌دهیم

I-a-طرح نمونه‌گیری یک مرحله‌ای

این طرح با یک سه‌تایی (N,n,c) شناخته می‌شود. طوری که از محموله N تایی تعداد n نمونه برمی‌داریم و اگر تعداد معیوب‌ها حداکثر c باشد محموله را پذیرفته و اگر تعداد معیوب‌ها از c بیشتر باشد محموله را رد می‌کنیم. به نمودار زیر توجه کنید.

irmgn.ir



منحنی OC طرح یک مرحله‌ای

می‌دانیم تابع مشخصه عملکرد احتمال پذیرش را به عنوان تابعی از θ (در این‌جا نسبت اقلام معیوب جامعه) نشان می‌دهد. نمودار این تابع به ما کمک می‌کند که احتمال رد یا قبول محموله‌ای را که نسبت اقلام معیوب خاصی دارد پیدا کنیم.

می‌دانیم اگر X تعداد اقلام معیوب نمونه n تایی باشد که از جامعه‌ای نامتناهی گرفته شده است (N را خیلی بزرگ در نظر می‌گیریم) آن‌گاه:

$$X \sim b(n,p)$$

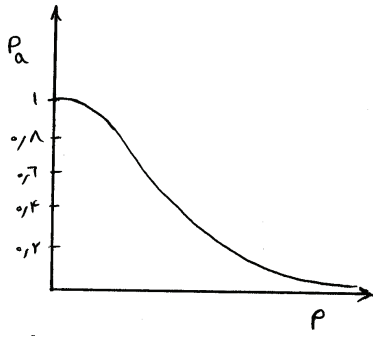
$$P(X=n)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$$

در این صورت احتمال پذیرش عبارت است از:

$$P_a = P(X \le C) = \sum_{x=0}^{c}\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$$

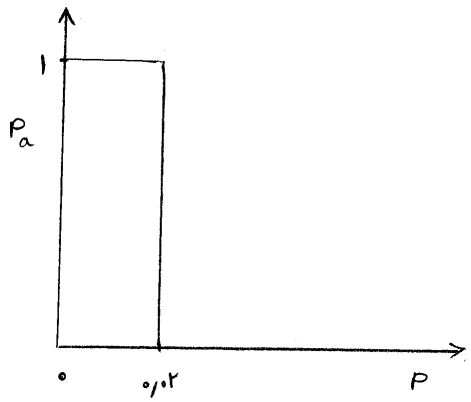
این تابع را می‌توان به عنوان تابعی از p در نظر گرفت یعنی n,c را معلوم فرض نموده P_a را بر حسب p رسم کنیم.

نمودار زیر به عنوان مثال یکی از این نمودارهای OC را نشان می‌دهد.



در حالت خاصی که با احتمال 1 تا وقتی p از حد مطلوب بیشتر نشده محموله را بپذیرد و وقتی p از حد مطلوب بیشتر شد با احتمال صفر آن را بپذیرد می‌گویند منحنی OC فرم ایده‌آل دارد مثلاً اگر نسبت معیوب‌ها در حالت مناسب و مطلوب 2% باشد نمودار OC ایده‌ال و به صورت زیر است.

irmgn.ir



البته این نمودار فقط وقتی $n = N$ می‌تواند رخ دهد یعنی بازرسی 100% انجام شود.

می‌توان دید هر چه n بزرگتر باشد شیب منحنی OC طوری افزایش می‌یابد که به حالت خاص ایده‌ال فوق نزدیک‌تر می‌گردد.

معرفی نقاط LTPD , AQL

AQL (Acceptance Quality Level) پایین‌ترین سطح کیفیت تامین کننده را که از دید مصرف‌کننده سطح متوسط کیفیت قابل قبول در نظر گرفته می‌شود نشان می‌دهد.

به AQL سطح کیفیت قابل قبول گفته می‌شود لازم به ذکر است

الف) AQL مشخصه فنی و یا مقدار هدف در فرآیند نمی‌باشد.

ب) AQL ربطی به طرح نمونه‌گیری ندارد و به فرآیند تولید بستگی دارد.

ج) AQL استانداردی است که برای ارزیابی محموله به‌کار می‌رود و امیدواریم سطح کیفیت خیلی بهتر از AQL باشد.

LTPD (Lot Tolerance Percent Defective) پایین‌ترین سطح کیفیت را نشان می‌دهد که مصرف‌کننده در یک محموله مجاز و قابل قبول می‌داند. LTPD را نسبت اقلام معیوب مجاز محموله می‌نامند و آن را با RQL (Rejectable Quality Level) به معنی سطح کیفیت قابل رد و LQL (Limiting Quality Level) به معنی سطح کیفیت حدی هم مترادف می‌دانند.

خواص الف و ب در مورد AQL برای LTPD هم مناسب می‌باشد و در مورد خاصیت (ج) باید گفت امید داریم سطح معیوب‌های محموله از LTPD کمتر باشد.

ریسک مصرف‌کننده و تولید کننده

در هر آزمون فرض H_1, H_0 فرضیه‌هایی هستند که مدعیان آن‌ها در مقابل هم قرار دارند یعنی منافع آن‌ها در تضاد است. در نمونه‌گیری برای پذیرش، هم تولیدکننده می‌خواهد تمام محموله‌های خوب قبول شوند و مصرف‌کننده نیز می‌خواهد تمام محموله‌های بد را رد کند. تنها در صورتی که بازرسی صد درصد انجام می‌شود محموله بد را با احتمال 1 رد و محموله‌های خوب را با احتمال یک پذیرش می‌کند.

برای تولید کننده و مصرف‌کننده دو مقدار شناخته شده و مهم وجود دارند.

irmgn.ir

دیسک تولیدکننده (Prouducer's risk)

احتمال رد کردن به ناحق یک محموله است. یعنی یک محموله خوب چقدر احتمال دارد رد شود. این احتمال را با α نشان می‌دهند و معمولاً عددی بین 0.01 تا 0.1 و غالباً 0.05 در نظر گرفته می‌شود. روی منحنی OC که احتمال قبول محموله است α را نمی‌توان نشان داد اما $1-\alpha$ را می‌توان نشان داد.

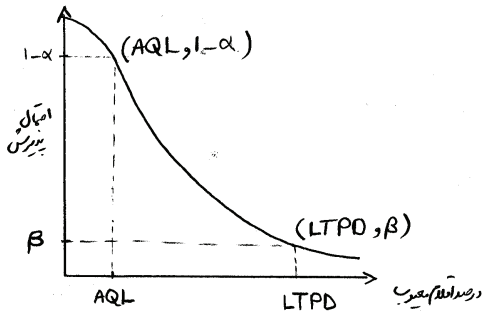
با توجه به تعریف AQL که حداکثر درصد اقلام معیوب رضایت‌بخش می‌باشد نقطه $(AQL,1-\alpha)$ یک نقطه روی نمودار OC می‌باشد.

ریسک مصرف‌کننده (Consumer's risk)

احتمال پذیرش به ناحق یک محموله می‌باشد یعنی احتمال آن است که محموله‌ای را که بد می‌باشد قبول کنیم. ریسک مصرف‌کننده را با β نشان می‌دهند که معمولاً آن را با 0.1 تعیین می‌کنند.

با توجه به تعریف LTPD درصد اقلام معیوب در محموله است که مصرف‌کننده می‌خواهد احتمال پذیرش آن کم باشد نقطه $(LTPD,\beta)$ یکی از نقاط نمودار OC است.

در واقع مصرف‌کننده به ناچار حاضر است با احتمال β محموله‌ای را که درصد معیوب آن LTPD است قبول کند به نمودار زیر در خصوص دو نقطه $(AQL,1-\alpha),(LTPD,\beta)$ توجه کنید.



همان‌طور که پیداست احتمال پذیرش AQL به مراتب بیشتر از احتمال پذیرش LTPD است.

در واقع محموله‌هایی که سطح کیفیت آن‌ها AQL باشند با احتمال $1-\alpha$ پذیرفته می‌شوند و محموله‌هایی که سطح کیفیت آن‌ها LTPD است با احتمال $1-\beta$ رد می‌شوند.

روش یافتن طرح نمونه‌گیری با ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده معین

فرض کنید نقطه $(AQL,1-\alpha)$ داده شده باشند. بر اساس تعریف می‌توان دسته‌ای از طرح‌ها یافت که از این نقطه عبور می‌کنند در جدول زیر بر اساس مقادیر مختلف C ستون‌هایی تشکیل شده‌اند. ستون اول $np^{-1}(0.95)$ است که $P^{-1}(0.95)$ نسبت اقلام معیوبی را که احتمال پذیرش آن 0.95 است بر حسب نشان می‌دهد.

ستون دوم $np^{-1}(0.1)$ می‌باشد که $p^{-1}(0.1)$ نسبت اقلام معیوبی که احتمال پذیرش آن 0.1 می‌باشد نشان می‌دهد.

حال با داشتن این ستون‌ها و تعریف AQL که نسبت اقلام معیوب با احتمال قبول محموله برابر 0.95 توسط تولیدکننده است، می‌توان n را یافت. کافی است؛

irmgn.ir

$$n=\frac{np^{-1}(0.95)}{p^{-1}(0.95)}$$

و در صورت استفاده از LTPD و داشتن نقطه $(LTPD,\beta)$

$$n=\frac{np^{-1}(0.1)}{p^{-1}(0.1)}$$

به عنوان مثال وقتی $\alpha=0.05$, $AQL=\%1.6$ یعنی $P^{-1}(0.95)=0.016$ یعنی با احتمال 0.95 محموله‌ای که 1.6% معیوب دارد را می‌پذیریم حال بر اساس جدول به عنوان نمونه و با در نظر گرفتن مقداری برای c داریم:

$$c=3\rightarrow n=\frac{np^{-1}(0.95)}{p^{-1}(0.95)}=\frac{1.366}{0.016}=85.37\approx 85$$

$$c=5\rightarrow n=\frac{np^{-1}(0.95)}{p^{-1}(0.95)}=\frac{2.63}{0.016}=164.3\approx 164$$

و یا وقتی $\beta=0.1$, $LTPD=\%8$ یعنی احتمال پذیرش محموله‌ای که نسبت اقلام معیوب آن 0.08 است، 0.1 باشد آن‌گاه به عنوان نمونه و با در نظر گرفتن مقداری برای c داریم:

$$c=2\rightarrow n=\frac{np^{-1}(0.1)}{p^{-1}(0.1)}=\frac{5.322}{0.08}=66.5\approx 67$$

$$c=4\rightarrow n=\frac{np^{-1}(0.1)}{p^{-1}(0.1)}=\frac{7.994}{0.08}=99.9\approx 100$$

منحنی‌های OC نوع A و نوع B

اگر در منحنی OC فرض شود تعداد اعضای جامعه بی‌نهایت است $(N=\infty)$ می‌گویند منحنی OC نوع B است اما اگر در منحنی OC فرض شود تعداد اعضای جامعه یعنی همان عناصر محموله متناهی هستند گویند منحنی OC از نوع A می‌باشد لازم به ذکر است در منحنی نوع A توزیع تعداد اقلام معیوب نمونه از توزیع فوق هندسی با پارامترهای N,n,a پیروی می‌کند که N تعداد اقلام محموله n تعداد نمونه‌ها و a تعداد اقلام معیوب موجود در محموله است. اما وقتی از منحنی نوع B استفاده می‌شود توزیع مقدار اقلام معیوب نمونه از توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای p , n پیروی می‌کند که تعداد نمونه و p نسبت اقلام معیوب محموله است با توجه به تقریب توزیع فوق هندسی به دوجمله‌ای برای حالتی که $N\geq n$ این دو منحنی نوع B,A تقریبا بر هم منطبق می‌شوند. اما در غیر این صورت منحنی OC نوع A در زیر منحنی OC نو ع B قرار دارد.

روش یافتن C,n بر حسب α و β

فرض کنید در یک طرح نمونه‌گیری بخواهیم احتمال پذیرش محموله‌هایی که دارای نسبت اقلام معیوب p_1 هستند برابر $1-\alpha$ و احتمال پذیرش محموله که دارای نسبت اقلام معیوب p_2 هستند برابر β باشد با توجه به منحنی OC نوع B و برقراری توزیع دوجمله‌ای می‌توان اطلاعات داده شده را معلوم گرفته C,n را از دو معادله زیر پیدا کنیم.

$$1-\alpha=\sum_{x=0}^{c}\binom{n}{x}p_1^x(1-p_1)^{n-x}$$

$$\beta=\sum_{x=0}^{c}\binom{n}{x}p_2^x(1-p_2)^{n-x}$$

irmgn.ir

به $1-\alpha$ ریسک تولیدکننده و به β ریسک مصرف‌کننده هم می‌گویند معمولاً حل دستگاه بالا کار دشواری است که جواب آن را در جداولی به همین منظور تنظیم کرده‌اند در این جداول قرار می‌دهند $p_1 = AQL, p_2 = LTPD$.

معیار متوسط کیفیت خروجی AOQ (Average Outgoing Quality)

پس از نمونه‌گیری برای پذیرش محموله‌هایی را رد می‌کنیم و محموله‌هایی را نیز می‌پذیریم در مورد رد محموله‌ها یا آن‌ها را 100% بازرسی می‌کنیم یا کنترل‌های لازم را در تولید آن‌ها مورد توجه قرار می‌دهیم. به اقداماتی که در مورد محموله‌های رد شده انجام می‌دهیم بازرسی اصلاحی (Rectifying Inspection) گفته می‌شود.

در هر حال اقدامات ما در خصوص محموله‌های رد شده نسبت اقلام معیوب را از قبل آن کاهش می‌دهد. چون اگر فرض شود در مورد محموله‌های پذیرفته شده نسبت اقلام معیوب همان p_0 قبلی است پس از اقدامات اصلاحی p_1 نسبت اقلام معیوب جدید از p_0 کمتر است $(p_1 < p_0)$ اگر N نسبت به n بزرگ باشد می‌توان دید

$$p_1 = AOQ = p_a p_0$$

البته وقتی شرط بزرگی N نسبت به n برقرار نباشد

$$p_1 = AOQ = p_a p_0 \frac{N-n}{N}$$

p_a احتمال پذیرش بازای N, p_0 تعداد اقلام محموله و n تعداد نمونه گرفته شده است و p_1 متوسط کیفیت خروجی نسبت اقلام معیوب.

b-I طرح نمونه‌گیری دومرحله‌ای (جفت نمونه‌گیری)

این طرح با یک 5 تایی (N, n_1, c_1, c_2, n_2) شناخته می‌شود که N تعداد اقلام محموله - n_1 تعداد نمونه اولیه - C_1 عدد پذیرش نمونه اول - C_2 عدد پذیرش مجموع دو نمونه و n_2 تعداد نمونه ثانویه است.

به عنوان مثال وقتی $N = 20000, n_1 = 70, c_1 = 2, c_2 = 5, n_2 = 130$

از محموله نمونه‌ای $n_1 = 70$ تایی بر می‌داریم اگر تعداد اقلام معیوب از 2 کمتر یا مساوی بود محموله پذیرفته شده و اگر از 5 بیشتر بود محموله رد و اگر، $5 \le$ تعداد معیوب نمونه اول > 2، نمونه تصادفی $n_2 = 130$ تایی برداشته می‌شود اگر مجموع اقلام معیوب نمونه اول و دوم از 5 کمتر یا مساوی بود محموله قبول و اگر مجموع اقلام معیوب دو نمونه از 5 بیشتر بود محموله رد می‌شود.

نکته: احتمال پذیرش در طرح‌های جفت نمونه‌گیری عبارت است از:

$$P_a = P_a^I + P_a^{II}$$

که P_a^I و P_a^{II} احتمال پذیرش به‌وسیله نمونه‌های اول و دوم و P_a احتمال پذیرش با هر دو نمونه است. منحنی OC این طرح‌ها پیچیده می‌باشد در مثال بالا اگر X_1 تعداد معیوب نمونه اول هفتادتایی باشد وقتی نسبت اقلام معیوب نمونه اولیه $p = 0.05$ است

$$P_a^I = P(X_1 \le 2) = \sum_{x_1=0}^{2} \binom{70}{x_1} (0.05)^{x_1} (0.95)^{70-x_1}$$

حال نمونه دوم موقعی محموله را می‌پذیرد که مجموع تعداد اقلام معیوب دو نمونه از 5 کمتر باشد از آن‌جا که تعداد اقلام معیوب نمونه بین 3 تا 5 بوده است که تعداد نمونه گرفته شده است پس اگر X_2 تعداد معیوب نمونه دوم باشد.

irmgn.ir

$$P_a^{II}=P\left(X_1=3,X_2\le 2\right)+P\left(X_1=4,X_2\le 1\right)$$
$$+P\left(X_1=5,X_2=0\right)=\binom{70}{3}(0.05)^3(0.95)^{67}\cdot\sum_{x_2=0}^{2}\binom{130}{x_2}(0.05)^{x_2}(0.95)^{130-x_2}$$
$$+\binom{70}{4}(0.05)^4(0.95)^{66}\cdot\sum_{x=0}^{1}\binom{130}{x_2}(0.05)^{x_2}(0.95)^{130-x_2}$$
$$+\binom{70}{5}(0.05)^5(0.95)^{65}(0.95)^{130}$$

معیار متوسط کل بازرسی ATI (Average Total Inspection)

وقتی از محموله‌ای که دارای N قلم کالاست n قلم نمونه می‌گیریم سه حالت اتفاق می‌افتد

الف) $p_0=0$ پس معیوب مشاهده نمی‌شود و همه محموله‌ها قبول می‌شوند و فقط به‌اندازه n نمونه گرفته شده است.

ب) $p_0=1$ پس همه معیوب هستند لذا بایستی N قلم کالا مورد بازرسی قرار گیرد.

ج) $0<p_0<1$ پس تعداد متوسط بازرسی‌های لازم بین N,n است که از فرمول زیر حساب می‌شود.

$$ATI=n+(1-P_a)(N-n)$$

برای طرح جفت نمونه‌گیری فرمول ATI عبارت است از:

$$ATI=n_1P_a^I+(n_1+n_2)P_a^{II}+N(1-P_a)$$

که در صورت ساده شدن داریم:

$$ATI=n_1+n_2\left(1-P_a^I\right)+(N-n_1-n_2)(1-P_a)$$

از تقسیم ATI بر N متوسط کیفیت خروجی بازاء یک مقدار p' به صورت $AFI=\frac{ATI}{N}$ حساب می‌شود و لذا $AOQ=p'(1-AFT)$

$AFI(\text{Average Fraction Inspection})$

مثال: اگر احتمال پذیرش برای نمونه 20 تایی ا زمحموله‌ای که 480 قلم کالا دارد برابر 0.84 باشد متوسط کل بازرسی چقدر است؟

حل :

$$ATI=n+(1-P_a)(N-n)$$
$$=20+(0.16)(460)=93.6$$

مثال: اگر احتمال پذیرش نمونه اول 0.37 و احتمال پذیرش در کل 0.85 باشد در طرح نمونه‌گیری جفت با $n_1=40,n_2=80,N=1000$ متوسط کل بازرسی چقدر است؟

حل :

$$ATI=40+80(1-0.37)+(1000-40-80)(1-0.85)=222.4$$

متوسط تعداد نمونه ASN (Average Sample Number)

در طرح‌های جفت نمونه‌گیری تعداد نمونه یک متغیر تصادفی است که مقدار n_1 یا n_1+n_2 را می‌گیرد. احتمال آن‌که فقط n_1 نمونه لازم باشد برابر احتمال آن است که در نمونه اول نتیجه‌گیری شود این احتمال را با P^* نشان می‌دهیم پس در این صورت با

irmgn.ir

احتمال $1-P^*$ نمونه اول کفایت نمی‌کند و باید نمونه دوم گرفته شود که در این صورت جمعاً n_1+n_2 نمونه گرفته‌ایم با توجه به

n	n_1	n_1+n_2
	P^*	$1-P^*$

و لذا امید ریاضی (متوسط) تعداد نمونه عبارت است از:

$$ASN = n_1P^* + \left(n_1+n_2\right)\left(1-P^*\right) = n_1 + n_2\left(1-P^*\right)$$

مثال: فرض کنید در طرح جفت نمونه‌گیری 80 نمونه گرفته‌ایم و در نمونه اولیه با احتمال 0.22 محموله رد و با احتمال 0.38 محموله پذیرش می‌شود. در صورت عدم نتیجه‌گیری رد یا قبول تعداد 120 نمونه دیگر می‌گیریم. متوسط تعداد نمونه این طرح چقدر است؟

حل :

$$ASN = n_1 + n_2\left(1-P*\right)$$

که

$$P* = 0.38 + 0.22 = 0.6$$

پس

$$ASN = 80 + 120\left(0.4\right) = 80 + 48 = 128$$

روش استفاده از جداول گرابز

فرض کنید وقتی نسبت اقلام معیوب p_1 است با احتمال $1-\alpha$ محموله را قبول و وقتی نسبت اقلام معیوب p_2 است با احتمال β محموله را قبول کنیم پس دو نقطه $(p_2,\beta),(p_1,1-\alpha)$ روی منحنی OC قرار دارند اگر علاوه بر فرض‌های فوق n_2 ضریبی از n_1 باشد می‌توان طرح جفت نمونه‌گیری را طراحی کرد. جداول زیر به جداول گرابز شهرت دارند.

irmgn.ir

مقادیر تقریبی برای Pn_1 برای		اعداد پذیرش		$R = P_2/P_1$	شماره طرح
$P = ۰/۱۰$	$P = ۰/۹۵$	c_2	c_1		
۲/۵۰	۰/۲۱	۱	۰	۱۱/۹۰	۱
۳/۹۲	۰/۵۲	۲	۱	۷/۵۴	۲
۲/۹۶	۰/۴۳	۲	۰	۶/۷۹	۳
۴/۱۱	۰/۷۶	۳	۱	۵/۳۵	۴
۵/۳۹	۱/۱۶	۴	۲	۴/۶۵	۵
۴/۴۲	۱/۰۴	۴	۱	۴/۲۵	۶
۵/۵۵	۱/۴۳	۵	۲	۳/۸۸	۷
۶/۷۸	۱/۸۷	۶	۳	۳/۶۳	۸
۵/۸۲	۱/۷۲	۶	۲	۳/۳۸	۹
۶/۹۱	۲/۱۵	۷	۳	۳/۲۱	۱۰
۸/۱۰	۲/۶۲	۸	۴	۳/۰۹	۱۱
۸/۲۶	۲/۹۰	۹	۴	۲/۸۵	۱۲
۹/۵۶	۳/۶۸	۱۱	۵	۲/۶۰	۱۳
۹/۷۸	۴/۰۰	۱۲	۵	۲/۴۴	۱۴
۱۰/۰۸	۴/۳۵	۱۳	۵	۲/۳۲	۱۵
۱۰/۴۵	۴/۷۰	۱۴	۵	۲/۲۲	۱۶
۱۱/۴۱	۵/۳۹	۱۶	۵	۲/۱۲	۱۷

مقادیر تقریبی برای Pn_1 برای		اعداد پذیرش		$R = P_2/P_1$	شماره طرح
$P = ۰/۱۰$	$P = ۰/۹۵$	c_2	c_1		
۲/۳۲	۰/۱۶	۱	۰	۱۴/۵۰	۱
۲/۴۲	۰/۳۰	۲	۰	۸/۰۷	۲
۳/۸۹	۰/۶۰	۳	۱	۶/۴۸	۳
۲/۶۴	۰/۴۹	۳	۰	۵/۳۹	۴
۳/۹۲	۰/۷۷	۴	۱	۵/۰۹	۵
۲/۹۳	۰/۶۸	۴	۰	۴/۳۱	۶
۴/۰۲	۰/۹۶	۵	۱	۴/۱۹	۷
۴/۱۷	۱/۱۶	۶	۱	۳/۶۰	۸
۵/۴۷	۱/۶۸	۸	۲	۳/۲۶	۹
۶/۷۲	۲/۲۷	۱۰	۳	۲/۹۶	۱۰
۶/۸۲	۲/۴۶	۱۱	۳	۲/۷۷	۱۱
۸/۰۵	۳/۰۷	۱۳	۴	۲/۶۲	۱۲
۸/۱۱	۳/۲۹	۱۴	۴	۲/۴۶	۱۳
۷/۵۵	۳/۴۱	۱۵	۳	۲/۲۱	۱۴
۹/۳۵	۴/۷۵	۲۰	۴	۱/۹۷	۱۵
۱۲/۹۶	۷/۴۵	۳۰	۶	۱/۷۴	۱۶

irmgn.ir

مثال: طرح جفت نمونه‌گیری با شرایط زیر طراحی کنید.

$p_1 = 0.02, \alpha = 0.05, p_2 = 0.084, \beta = 0.1, n_2 = n_1$

حل : با توجه به آن‌که $n_1 = n_2$ از جدول I استفاده می‌شود بنا به فرض می‌توان $R = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0.084}{0.02} = 4.2$ را حساب کرد. در ستون R جدول نزدیک‌ترین عدد به 4.2 طرح شماره 6 می‌باشد که $C_2 = 4, C_1 = 1$ حال برای یافتن n_1 می‌توانیم از یکی از دو ستون انتهایی pn_1 استفاده کنیم در ستون اول $P_a = 1 - \alpha = 0.95$ و در واقع $\alpha = 0.05$ و در ستون دوم $\beta = 0.1$ می‌باشد.

حال بر اساس $\alpha = 0.05$ داریم:

$$n_1 = \frac{pn_1}{p_1} = \frac{1.04}{0.02} = 52$$

و لذا طرح موردنظر عبارت است از:

$$n_1 = 52 \ , \ C_1 = 1 \ , \ n_2 = 52 \ , \ C_2 = 4$$

اما اگر بر اساس $\beta = 0.1$ عمل کنیم داریم:

$$n_1 = \frac{pn_1}{p_2} = \frac{4.42}{0.084} = 52.6 \approx 53$$

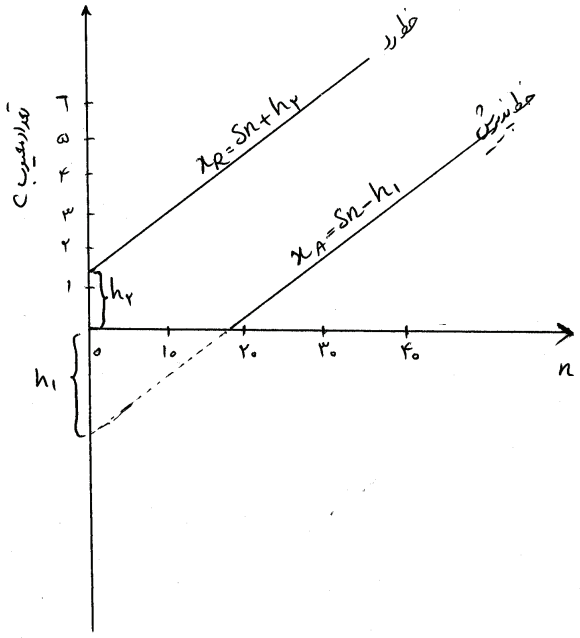
و لذا طرح موردنظر عبارت است از:

$$n_1 = 53 \ , \ C_1 = 1 \ , \ n_2 = 53 \ , \ C_2 = 4$$

که تفاوت چندانی با طرح قبلی ندارد.

طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای (پی‌درپی)

در این طرح به صورت پی در پی نمونه‌گیری از محموله انجام می‌شود به طوری که تعداد اقلام بازرسی شده به 3 برابر تعداد اندازه نمونه‌ای برسد که در طرح یک‌بار نمونه‌گیری می‌توانست استفاده کرد. نمودار زیر می‌تواند به طور مناسبی این طرح را روشن کند.



مقادیر ثابت بر اساس p_2, p_1, β, α به صورت زیر تعیین می‌شود.

irmgn.ir

$$h_1 = \frac{\log\frac{1-\alpha}{\beta}}{k}\ ,\ h_2 = \frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha}}{k}$$

$$k = \log\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}\ ,\ S = \frac{\log\frac{1-p_1}{1-p_2}}{k}$$

می‌توان دید منحنی OC و ASN برای این طرح نمونه‌گیری پی در پی عبارت است از:

$$ASN = P_a\left(\frac{A}{C}\right) + (1-P_a)\frac{B}{C}$$

که

$$A = \log\frac{\beta}{1-\alpha} \quad , \quad B = \log\frac{1-\beta}{\alpha}$$

$$C = p\log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + (1-p)\log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)$$

لازم به ذکر است روابط زیر بر اساس معلوم بودن سه نقطه

$$(p_1, 1-\alpha)(p_2, \beta)\left(S, \frac{h_2}{h_1+h_2}\right)$$

پیدا شده‌اند.

استاندارد نظامی Military Standard (MIL STD) 105E

در زمان حال یکی از مهم‌ترین طرح‌های نمونه‌گیری برای پذیرش در مشخصه‌های وصفی استفاده از استاندارد MIL STD 105E می‌باشد. این استاندارد ویرایش چهارم استانداردی است که از جنگ جهانی دوم با عنوان MILSTD105A مطرح شده بود.

در این استاندارد سه نوع نمونه‌گیری امکان‌پذیر است.

الف) یک‌بار نمونه‌گیری

ب) جفت نمونه‌گیری

ج) چندبار نمونه‌گیری

برای هر نوع نمونه‌گیری سه روش بازرسی وجود دارد.

بازرسی نرمال Normal Inspection	بازرسی تنگتر شده Tightened Inspection	بازرسی کاسته شده Reduced Inspection

با توجه به آن‌که کار کردن در روش بازرسی کاسته شده موقعی رخ می‌دهد که نسبت اقلام معیوب کاهش یافته، معمولاً اندازه نمونه در روش بازرسی کاسته شده از شرایط بازرسی نرمال کمتر می‌باشد. و روش تنگ‌تر شده یا سخت‌گیرانه وقتی رخ می‌دهد که نسبت اقلام معیوب افزایش یافته لذا اندازه نمونه در این روش از شرایط بازرسی نرمال بیشتر است.

این استاندارد بر پایه AQL (سطح کیفیت قابل قبول) طراحی شده است که این مقدار به صورت قراردادی و معمولاً برای نقص‌های اصلی برابر 1% و برای نقص‌های جزئی برابر 2.5% تعیین می‌گردد. در این استاندارد سه سطح بازرسی کلی به صورت زیر مطرح می‌گردد.

سطح I نصف بازرسی در سطح نرمال

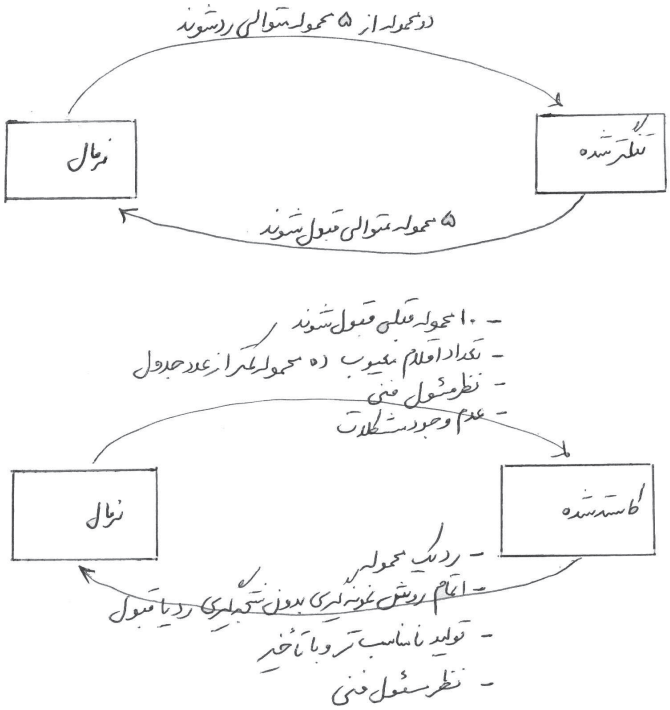
سطح II سطح بازرسی نرمال

irmgn.ir

سطح III دو برابر بازرسی در سطح نرمال

در این استاندارد 4 سطح بازرسی خاص هم وجود دارد که آن‌ها را با S_1, S_2, S_3, S_4 نشان می‌دهیم. با توجه به آن‌که این سطوح دارای تعداد نمونه کوچک هستند پس موقعی کاربرد دارند که تعداد نمونه کم ضرورت دارد و خطای زیادی قابل تحمل می‌باشد.

استفاده از این استاندارد یک طرح نمونه‌گیری نرمال را ارائه می‌دهد طوری که تا وقتی کیفیت محصولات در سطح AQL باشد استفاده از آن منطقی است اما برای تغییر روش از نرمال به کاسته شده و تنگتر شده دستورالعمل زیر مفید است.



ـ یک محموله رد شود

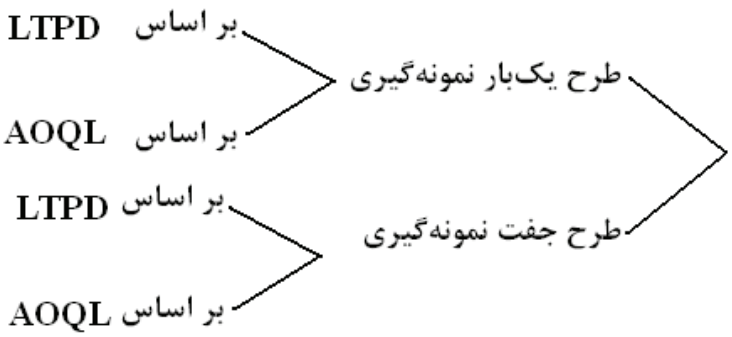
ـ انجام روش نمونه‌گیری بدون نتیجه‌گیری رد یا قبول

ـ تولید نامناسب و با تاخیر

ـ نظر مسئول فنی

طرح نمونه‌گیری داج ـ رومیگ

این دو نفر 4 نوع طرح نمونه‌گیری به شرح زیر ارائه کرده‌اند.



irmgn.ir

یکی از دلایل ضرورت استفاده از این طرح‌ها این است که وقتی به AQL توجه می‌کنید ممکن است احتمال عملکرد صحیح محصولات پیچیده را پایین بیاورد. مثلاً اگر یک محصول شامل 150 قطعه باشد که هر یک به وسیله فرآیندی که $AQL = \%0.2$ دارند تولید شود و محصول فقط زمانی درست عمل می‌کند که همه مشخصات به درستی عمل کنند آن‌گاه احتمال عملکرد صحیح محصول می‌شود $(0.998)^{150} = 0.74059$ که قابل قبول نیست پس باید طرح‌هایی که LTPD را تامین کنند. مانند طرح‌های داج رومیگ داشته باشیم.

چند نکته:

۱ـ در طرح‌های AOQL متوسط کل بازرسی بازای مقادیر خاصی از AOQL و متوسط کیفیت فرآیند p مینیموم می‌گردد.

۲ـ در طرح‌های LTPD متوسط کل بازرسی مینیمم می‌گردد.

۳ـ در این طرح‌ها متوسط اقلام معیوب محصولات ورودی باید مشخص باشد پس معمولاً در بازرسی‌های درون سازمانی مفید است زیرا در سازمان جدید نسبت اقلام معیوب معلوم نیست.

روش استفاده و تغییر نتیجه از طرح‌های داج و روسیگ

الف) وقتی $N = 4700$ و نسبت اقلام معیوب فرآیند تولیدکننده 0.84% باشد و $AOQL = \%2$ بر اساس جدول داریم $n = 125, C = 4$ و $LTPD = \%6.4$ یعنی در طرح نمونه‌گیری با $n = 125$ وقتی بیشتر از 4 معیوب مشاهده شود محموله رد گردد و طرح دارای $AOQL = \%3$ معیوبی است که این اطمینان را فراهم می‌کند که 90% محموله‌هایی ورودی که کیفیت آن‌ها از 6.4% معیوب یا بدتر است رد شوند.

ب) وقتی $N = 6400$ و نسبت اقلام معیوب تولید کننده 0.16% باشد و $LTPD = \%1$ با استفاده از جدول داریم:

$n = 655 \qquad C = 3$

یعنی در این طرح وقتی 655 نمونه بگیریم و محموله را موقعی که تعداد معیوب از 3 بیشتر باشد رد کنیم اگر فرض شود محموله‌های رد شده مورد بازرسی و اقلام خوب جایگزین معیوب‌ها شوند آن‌گاه AOQL این طرح تقریباً 0.28% می‌باشد.

دستورالعمل استفاده از استاندارد MILSTD 105E

کافی است مراحل زیر را اجرا کنیم.

۱ـ سطح کیفیت قابل قبول AQL را انتخاب کنید.

۲ـ سطح بازرسی کلی (I,II,III) و خاص (S_1, S_2, S_3, S_4) را انتخاب کنید.

۳ـ تعداد اقلام محموله (N) را معین کنید.

۴ـ حرف کد اندازه نمونه را بر اساس اقلام مرحله دوم و سوم از جدول I استاندارد تعیین کنید.

۵ـ تعیین روش نمونه‌گیری مناسب از نظر یک مرحله‌ای یا جفت یا چند مرحله‌ای بودن

۶ـ یافتن جدول مناسب از میان جداول استاندارد

۷ـ تعیین طرح نمونه‌گیری از نظر نرمال ـ تنگ‌تر شده و کاسته شده

جداول مربوطه در انتهای فصل آورده می‌شوند.

نکته:

۱ـ وقتی روش بازرسی از نرمال به تنگ‌تر شده تغییر می‌کند اندازه نمونه ثابت می‌ماند ولی عدد پذیرش یک واحد کاهش می‌یابد. در حالت خاص که عدد پذیرش بازرسی نرمال 14,10,7,5 باشد میزان کاهش سه واحد خواهد بود.

irmgn.ir

۲ـ استاندارد MIL STD 105E وابسته به AQL است و به ریسک تولیدکننده توجه خاص دارد.

۳ـ از هر اندازه نمونه‌ای نمی‌توان استفاده کرد.

۴ـ n وابسته به N است.

۵ـ قوانین تغییر روش بازرسی از نرمال به تنگ‌تر شده و کاسته شده در این استاندارد ضروری است.

۶ـ معادل استاندارد غیرنظامی برای MIL STD 105E عبارت است از:

ANSI / ASQC Z1.4

این استاندارد در سال ۱۹۸۱ رسمیت یافته و دارای تفاوت‌های جزئی با استاندارد MIL STD است.

طرح نمونه‌گیری برای پذیرش متغیرها

اغلب طرح‌های نمونه‌گیری مربوط به مشخصه‌های وصفی می‌باشد. با این وجود لازم است آشنایی مختصری با طرح‌های مربوط به مشخصه‌های متغیر داشته باشیم. یکی از این طرح‌ها طرح شینین (Shainin Plan) می‌باشد که دارای مراحل زیر است.

۱ـ نمونه‌ای 50 تایی (ده زیر گروه 5 تایی) از محموله برداشته می‌شود.

۲ـ تعداد 5 قطعه از نمونه اولیه برداشته و بررسی می‌گردد و $R, \bar{X}$ آن‌ها حساب می‌شود.

۳ـ نمونه‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم طوری که $\bar{X}$ به‌دست آمده از بالا وسط دسته وسطی باشد. این عدد را به صفر و وسط دسته‌های بالایی را به ترتیب از $+1, +2, \cdots$ وسط دسته‌های پایینی را به ترتیب از $-1, -2, \cdots$ کدگذاری می‌کنیم.

۴ـ تعداد 50 نمونه را بر اساس شماره زیرگروه‌ها با توجه به مقادیر $\bar{X}$ ها در جدول قرار می‌دهیم.

۵ـ میانگین و جمع و دامنه تغییرات هر زیر گروه را حساب می‌کنیم.

۶ـ حدود بالا و پایین محموله را بر حسب اطلاعات زیرگروه‌ها به شرح زیر حساب می‌کنیم.

$$ULL = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{R}}{d_2} \quad , \quad LLL = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{R}}{d_2}$$

۷ـ هیستوگرام مربوط به داده‌ها رسم می‌شود و با توجه به LLL, ULL و ملاحظات دیگر توسط گروهی از کارشناسان تولید، تصمیم گرفته می‌شود.

تذکر: از ویژگی‌های این روش این است که برای توزیع نرمال و غیرنرمال کاربرد دارد و روش اجرایی آن ساده است.

طراحی یک طرح نمونه‌گیری برای متغیرها با منحنی OC معین

فرض کنید انحراف معیار جامعه نرمال مربوط به متغیرهای داده شده، معلوم باشد. می‌خواهیم تعیین کنیم که آیا میانگین فرایند در مکانی که نسبت اقلام معیوب (p) قابل قبول باشد قرار دارد یا نه دو روش موسوم به روش M , K پیشنهاد می‌شود.

روش K: نمونه n تایی از محموله بردارید و آماره زیر را حساب کنید.

$$Z_{LSL} = \frac{\bar{\bar{X}} - LSL}{\sigma}$$

هر چه LSL بزرگتر باشد p کمتر است و محموله قبول می‌شود وقتی $Z_{LSL} \geq k$

روش M نمونه n تایی از محموله بردارید و Z_{LSL} را حساب کنید. از $Q_{LSL} = \frac{Z_{LSL}}{\sqrt{\frac{n}{n-1}}}$ به عنوان متغیر نرمال استاندارد استفاده کنید.

حال اگر $\hat{p}$ تخمین نسبت اقلام معیوب از عددی مثل M بیشتر شود محموله رد می‌شود.

irmgn.ir

۱ ـ AOQ عبارت است از .....

۱) سطح کیفیت قابل قبول
۲) مشخصه فنی محصول
۳) متوسط اندازه‌ی نمونه
۴) سطح کیفیت خروجی

حل : گزینه ۴ صحیح است.

۲ ـ کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

۱) احتمال خطای نوع II ریسک مصرف‌کننده می‌باشند.

۲) منحنی OC نوع A همواره پایین‌تر از منحنی OC نوع B قرار می‌گیرد.

۳) ریسک تولیدکننده 5% است یعنی احتمال این‌که یک طرح نمونه‌گیری انباشته با کیفیت خوب را رد کند، 5% است.

۴) استاندارد MILSTD105E بر اساس نقطه LTPD طراحی شده است.

حل : گزینه ۴ صحیح است.

نکته: استاندارد MIL STD 105E بر اساس نقطه AQL طراحی شده است.

۳ ـ کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

۱) هر چه عدد C کوچکتر شود بازرسی سخت‌گرانه‌تر می‌شود و منحنی OC به سمت چپ حرکت خواهد کرد.

۲) هر چه عدد C کوچکتر شود بازرسی سخت‌گیرانه‌تر می‌شود و منحنی OC به سمت راست حرکت خواهد کرد.

۳) اگر اندازه‌ی انباشته کم باشد نمودار OC نوع B استفاده می‌شود.

۴) در هیچ شرایطی منحنی OC نوع A و B بر هم منطبق نمی‌شوند.

حل : گزینه ۱ صحیح است.

۴ ـ AQL عبارت است از.....

۱) سطح کیفیت خروجی
۲) متوسط اندازه نمونه
۳) سطح کیفیت قابل قبول
۴) مشخصه فنی برای محصول

حل : گزینه ۳ صحیح است.

۵ ـ در استاندارد MIL STD105E برای انباشته‌هایی با اندازه‌ی $N = 3000$ و سطح بازرسی III و $AQL = 0.65$ طرح دو بار نمونه‌گیری به صورت زیر برای بازرسی تنگ‌تر شده است.

$n_1 = 125 \qquad c_1 = 0$
$n_2 = 125 \qquad c_2 = 3$

برای انباشته‌هایی که سطح کیفیت $p = 0.02$ باشد احتمال پذیرش کدام گزینه است؟

۱) 0.718 ۲) 0.282 ۳) 0.181 ۴) 0.082

حل : گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{matrix} n = 125 \\ p = 0.02 \end{matrix} \qquad \lambda = np = 125 \times \frac{2}{100} = 2.5$$

احتمال پذیرش توسط نمونه‌ی اول $= P(x \le 0) = 0.082$

irmgn.ir

احتمال پذیرش توسط نمونه‌ی دوم $= p(d_1=1, d_2\le 2)+p(d_1=2, d_2\le 1)+p(d_1=3, d_2=0)$

$$=\frac{e^{-2.5}\times 2.5}{1!}\times 0.543+\frac{e^{-2.5}\times 2.5^2}{2!}\times 0.287+\frac{e^{-2.5}\times 2.5^3}{3!}\times 0.082=0.20$$

احتمال پذیرش $= 0.2+0.082=0.282$

۶ـ در استاندارد MIL STD105E برای انباشته‌های $N=1000$ تایی و $AQL=0.65\%$ در سطح III بازرسی طرح دو بار نمونه‌گیری بازرسی نرمال به‌صورت زیر می‌باشد.

$n_1=80 \quad c_1=0$
$n_2=80 \quad c_2=3$

متوسط اندازه‌ی نمونه برای $P=0.01$ برابر کدام گزینه است؟

۱) 161 ۲) 80 ۳) 160 ۴) 117

حل : گزینه ۱ صحیح است.

$\lambda=0.01\times 80=0.8$

$P_1=P(X\le 0)+P(X\ge 4)=0.449+(1-0.990)=0.459$ توسط نمونه اول رد یا پذیرش شود

$ASN=n_1+n_2(1-P_1)=80+80(1-0.459)=160.541$

۷ـ در طرح جفت نمونه‌گیری $c_1=0$, $n_1=22$, $c_1=5$, $n_2=33$ چنانچه در نمونه اول تعداد اقلام معیوب 3 باشد باید چه کرد؟

۱) انباشته رد می‌شود.
۲) انباشته پذیرش می‌شود.
۳) نمونه مردود می‌شود.
۴) نمونه‌ی دوم برداشته می‌شود و بازرسی می‌شود.

۸ـ کدام گزینه در طرح MIL STD 105E صحیح می‌باشد؟

۱) در بازرسی نرمال، هرگاه دو از پنج انباشته متوالی در بازرسی اولیه رد شوند بازرسی نرمال به بازرسی تنگ‌تر شده تغییر پیدا می‌کند.

۲) در بازرسی تنگ‌تر شده هر گاه پنج انباشته‌ی متوالی در بازرسی اولیه پذیرش شوند بازرسی تنگ‌تر شده به بازرسی نرمال تغییر می‌یابد.

۳) در مواقعی که 10 انباشته متوالی بر اساس روش بازرسی تنگ‌تر شده بازرسی شوند باید بازرسی متوقف گردد و اقداماتی در سطح سازمان تامین‌کننده انجام گیرد.

۴) هر سه مورد صحیح می‌باشد.

حل : گزینه ۴ صحیح است.

۹ـ محصولی در انباشته‌های 1000 تایی بازرسی می‌شود. و نسبت اقلام معیوب فرآیند معلوم نیست یک طرح جفت نمونه‌گیری با حد متوسط کیفیت خروجی 3% چه پارامترهایی دارد؟

۱) $n_1=48 \quad c_1=1$
$n_2=97 \quad c_2=8$

۲) $n_1=70 \quad c_1=2$
$n_2=120 \quad c_2=10$

۳) $n_1=20 \quad c_1=0$
$n_2=33 \quad c_2=4$

۴) $n_1=25 \quad c_1=0$
$n_1=35 \quad c_1=3$

irmgn.ir

حل : گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به این‌که نسبت اقلام معیوب فرآیند معلوم نیست باید به ستون آخر جدول داج رومیگ مراجعه کرد.

۱۰ ـ استاندارد MIL STD105E برای انباشته‌های $N=1000$ تایی و $AQL=0.65\%$ در سطح III بازرسی طرح دو بار نمونه‌گیری بازرسی نرمال به‌صورت زیر می‌باشد:

$n_1=80 \quad c_1=0$

$n_2=80 \quad c_2=3$

اگر $P=0.05$ باشد در صورت بازرسی اصلاحی مقدار سطح کیفیت خروجی کدام است؟

۱) 0.00225 ۲) 0.00125 ۳) 0.00335 ۴) 0.00420

حل : گزینه ۱ صحیح است.

$$AOQ=\frac{\left[P_a^{I}(N-n_1)+P_a^{II}(N-n_1-n_2)\right]P}{N}$$

$$\lambda=np=80\times0.05=4$$

$$P_a^{I}=P(X\le 0)=0.018$$

$$P_a^{II}=P(d_1=1\,,\,d_2\le 2)+P(d_1=2\,,\,d_2\le 1)+P(d_1=3,d_2\le 0)$$

$$=\frac{e^{-4}\times4^1}{1!}\times0.238+\frac{e^{-4}\times4^2}{2!}\times0.091+\frac{e^{-4}\times4^3}{3!}\times0.018=0.034$$

$$AOQ=\frac{\left[0.018\times(1000-80)+0.034\times(1000-80-80)\right]\times0.05}{1000}=0.0025$$

۱۱ ـ در تست قبلی احتمال پذیرش انباشته کدام گزینه است؟

۱) 0.018 ۲) 0.034 ۳) 0.014 ۴) 0.052

حل : گزینه ۴ صحیح است.

$$P_a^{II}+P_a^{II}=0.018+0.034=0.052$$

۱۲ ـ در یک نمونه‌گیری با طرح توافق شده‌ی از نوع MILSTD105E جفت نمونه‌گیری و سطح II بازرسی تنگ‌تر شده می‌باشد. ریسک تولیدکننده 10% و ریسک مصرف‌کننده 5% می‌باشد و سطح کیفیت قابل قبول برای تولیدکننده و مصرف‌کننده 1% است. مشتری با چه احتمالی یک محموله‌ی بد را نمی‌پذیرد؟

۱) 0.1 ۲) 0.9 ۳) 0.05 ۴) 0.95

حل : گزینه ۴ صحیح است.

$1-\beta=0.95$ احتمال رد نمونه‌ی بد $\beta=0.05$ احتمال پذیرش نمونه‌ی بد

۱۳ ـ در قسمت بالا احتمال پذیرفتن نمونه‌ی خوب کدام گزینه است؟

۱) 0.1 ۲) 0.9 ۳) 0.05 ۴) 0.95

حل : گزینه ۲ صحیح است.

$1-\alpha=0.9$ احتمال پذیرش نمونه‌ی خوب $\alpha=0.1$ احتمال رد نمو نه‌ی خوب

irmgn.ir

۱۴ ـ محصولی در انباشته‌هایی که به اندازه $N = 8000$ حمل می‌شود. می‌خواهیم از طرح یک بار نمونه‌گیری با $AOQL = 3\%$ استفاده کنیم، نسبت اقلام معیوب فرآیند تامین کننده معلوم نیست ولی حدس بر این است که فرآیند او در سطح 0.1 معیوبی عمل می‌کند طرح نمونه‌گیری داج رومیگ آن کدام گزینه است؟

۱) $n = 280 \quad c = 13 \quad LTPD = 6.8\%$
۲) $n = 22 \quad c = 1 \quad LTPD = 16.4\%$
۳) $n = 65 \quad c = 3 \quad LTPD = 10.3\%$
۴) $n = 44 \quad c = 2 \quad LTPD = 11.8\%$

حل : گزینه ۳ صحیح است.

$N = 8000 \quad AOQL = 3\% \quad P \le \%1$
$n = 65 \quad c = 3 \quad LTPD = \%10.3$

۱۵ ـ در تست بالا مقدار ATI را در سطح معیوب 1% کدام گزینه است؟

۱) 98
۲) 100
۳) 108
۴) 102

حل : گزینه ۱ صحیح است.

$$P_a = \sum_{d=0}^{c} bin(n,p) = \sum_{d=0}^{3} b(65, 0.01) = 0.9958$$

$$ATI = n + (1 - P_a)(N - n) = 65 + (1 - 0.9958) \times (8000 - 65) = 98$$

۱۶ ـ محصولی در انباشته‌های 1000 تایی حمل می‌شود و نسبت اقلام معیوب نمی‌باشد و حد متوسط کیفیت خروجی 3% است طرح جفت نمونه‌گیری داج ـ رویبک است طراحی طرح نمونه‌گیری مناسب کدام گزینه است؟

۱) $n_1 = 30 \quad c_1 = 0$
$n_2 = 33 \quad c_2 = 10$
۲) $n_1 = 25 \quad c_1 = 0$
$n_2 = 40 \quad c_2 = 3$
۳) $n_1 = 70 \quad c_1 = 2$
$n_2 = 120 \quad c_2 = 10$
۴) $n_1 = 49 \quad c_1 = 1$
$n_2 = 86 \quad c_2 = 7$

حل : گزینه ۳ صحیح است.

۱۷ ـ در تست فوق مقدار LTPD برای طرح کدام گزینه است؟

۱) %11.4
۲) %12.8
۳) %9.8
۴) %8.4

حل : گزینه ۴ صحیح است.

۱۸ ـ اگر در سوال فوق نسبت اقلام معیوب انباشته‌های ورودی $P = 0.01$ باشد. احتمال این‌که کار به تصمیم‌گیری دوم برسد کدام گزینه است؟

۱) 0.965
۲) 0.035
۳) 0.7
۴) 0.35

حل : گزینه ۲ صحیح است.

$$\lambda = np = 0.01 \times 70 = 0.7$$

$$P(\text{عدم تصمیم‌گیری نمونه اول}) = P(3 \le d_1 \le 10) = P(d_1 \le 10) - P(d_1 \le 2) = 1 - 0.965 = 0.035$$

irmgn.ir

۱۹ ـ در سوال فوق اگر بخواهیم طرح یک‌بار نمونه‌گیری با $c = 0$ را طوری تعریف کنیم که با سطح کیفیت LTPD را با احتمال 0.95 رد کند مقدار مناسب برای n کدام گزینه است؟

۱) 35 ۲) 44 ۳) 54 ۴) 24

حل : گزینه ۱ صحیح است.

$$LTPD = 0.084$$

$$1-\beta = 0.95 \qquad \beta = 0.05 = P(d=0) = \binom{n}{0}(0.084)^0(0.916)^n$$

$$0.05 = (0.916)^n \qquad Ln = 0.05 = nLn\,0.916 \qquad n = \frac{Ln0.05}{Ln0.916} = 34.14$$

۲۰ ـ در طرح یک‌بار نمونه‌گیری با افزایش اندازه نمونه n و عدد پذیرش صفر n را به گونه‌ای تعیین کنید که ریسک تولیدکننده برای انباشته‌ای با سطح کیفیت 1% برابر 5% باشد؟

۱) 10 ۲) ۶ ۳) 6 ۴) 3

حل : گزینه ۳ صحیح است.

$$1-\alpha = P_a = P(d=0) = \binom{n}{0}(AQL)^0(1-AQL)^n \Rightarrow 1-\alpha = (1-AQL)^n$$

$$0.95 = (1-0.01)^n \qquad \ell n = 0.95 = n\ \ell n\ 0.99 \qquad n = \frac{\ell n0.95}{\ell n0.95} = 5.10 \simeq 6$$

۲۱ ـ در یک طرح یک‌بار نمونه‌گیری بالا اندازه‌ی n=100 و عدد پذیرش صفر LTPD را به گونه‌ای تعیین کنید که ریسک مصرف‌کننده برابر 5% شود؟

۱) $\sqrt[100]{0.05}$ ۲) $1-\sqrt[100]{0.05}$ ۳) $\sqrt[100]{0.95}$ ۴) $1-\sqrt[100]{0.95}$

حل : گزینه ۲ صحیح است.

$$P_a = \beta = \binom{n}{0}(LTPD)^0(1-LTPD)^n \qquad \sqrt[n]{\beta} = 1-LTPD$$

$$\sqrt[100]{0.05} = 1-LTPD \Rightarrow LTPD = 1-\sqrt[100]{0.05}$$

۲۲ ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

۱) در طرح‌های داج ـ رومیگ معیار ATI مینیمم می‌شود.

۲) چنانچه نسبت اقلام معیوب خیلی کم باشد متوسط تعداد نمونه‌ها در طرح جفت‌گیری از طرح یک بار نمونه‌گیری کمتر است.

۳) در صورتی که تامین‌کننده سابقه‌ی خوبی داشته باشد از روش نمونه‌گیری برای پذیرش استفاده می‌کنیم.

۴) هر چه شیب منحنی OC زیادتر باشد قدرت تمایز آن بیشتر است.

حل : گزینه ۳ صحیح است.

۲۳ ـ در یک طرح نمونه‌گیری پی در پی با $P_1 = 0.05$, $\alpha = 0.01$, $P_2 = 0.02$, $\beta = 0.2$ شیب خط پذیرش برابر با کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\log 0.99}{\log \frac{49}{19}}$ ۲) $\frac{\log 0.96}{\log \frac{19}{49}}$ ۳) $\frac{\log 1.03}{\log \frac{49}{19}}$ ۴) $\frac{\log 1.03}{\log \frac{19}{49}}$

irmgn.ir

حل : گزینه ۲ صحیح است.

$$S=\frac{\log\left(\frac{1-P_1}{1-P_2}\right)}{K}$$

$$K=\log\left(\frac{P_2(1-P_1)}{P_1(1-P_2)}\right)=\log\left(\frac{0.02(1-0.05)}{0.05(1-0.02)}\right)=\log\frac{0.019}{0.049}=\log\frac{19}{49}$$

$$S=\frac{\log\frac{0.95}{0.98}}{\log\frac{19}{49}}=\frac{\log 0.96}{\log\frac{19}{49}}$$

۲۴ ـ در تست بالا عرض از مبدا خط پذیرش کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\log 49.5}{\log\frac{19}{49}}$ ۲) $\frac{\log 0.02}{\log\frac{19}{49}}$ ۳) $\frac{\log 0.98}{\log\frac{19}{14}}$ ۴) $\frac{\log 49.5}{\log\frac{49}{19}}$

حل : گزینه ۱ صحیح است.

$$h_1=\frac{\log\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)}{K}=\frac{\log\frac{0.99}{0.2}}{\log\frac{19}{49}}=\frac{\log 49.5}{\log\frac{19}{49}}$$

۲۵ ـ در تست بالا عرض از مبدا خط رد کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\log 80}{\log\frac{19}{49}}$ ۲) $\frac{\log 49.5}{\log\frac{19}{49}}$ ۳) $\frac{\log 80}{\log\frac{49}{14}}$ ۴) $\frac{\log 49.5}{\log\frac{49}{19}}$

حل : گزینه ۱ صحیح است.

$$h_2=\frac{\log\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)}{k}=\frac{\log\frac{0.8}{0.01}}{\log\frac{19}{49}}=\frac{\log 80}{\log\frac{19}{49}}$$

اگر

irmgn.ir

Acceptable Quality Levels (normal inspection)

Sample size code letter	Sample size	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	0 1	⇩	⇩	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3														0 1	⇕		1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5													0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	⇩
D	8												0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	⇩	
E	13											1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	⇩		
F	20										0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩		
G	32									0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
H	50								0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
J	80							0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
K	125						0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
L	200					0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
M	315				0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
N	500			0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
P	800		0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
Q	1250	0 1	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
R	2000	⇧	⇧	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧

Acceptable Quality Levels (tightened inspection)

Sample size code letter	Sample size	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	0 1	⇩	⇩	⇩	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3														0 1	⇕		1 2	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5													0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	⇩	
D	8												0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	⇩		
E	13											1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩		
F	20										0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
G	32									0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
H	50								0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
J	80							0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
K	125						0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
L	200					0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
M	315				0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
N	500			0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
P	800		0 1	⇕	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
Q	1250	0 1	⇕	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩		
R	2000	⇧	⇧	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
S	3150																										

irmgn.ir

	Process Average																	
	0–0.06%			0.07–0.60%			0.61–1.20%			1.21–1.80%			1.81–2.40%			2.41–3.00%		
Lot Size	n	c	LTPD %	n	c	LTPD %	n	c	LTPD %	n	c	LTPD %	n	c	LTPD %	n	c	LTPD %
1–10	All	0	—	All	0	—	All	0	—	All	0	—	All	0	—	All	0	—
11–50	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0
51–100	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	22	1	16.4
101–200	12	0	17.0	12	0	17.0	12	0	17.0	25	1	15.1	25	1	15.1	25	1	15.1
201–300	12	0	17.0	12	0	17.0	26	1	14.6	26	1	14.6	26	1	14.6	40	2	12.8
301–400	12	0	17.1	12	0	17.1	26	1	14.7	26	1	14.7	41	2	12.7	41	2	12.7
401–500	12	0	17.2	27	1	14.1	27	1	14.1	42	2	12.4	42	2	12.4	42	2	12.4
501–600	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	42	2	12.4	42	2	12.4	60	3	10.8
601–800	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	43	2	12.1	60	3	10.9	60	3	10.9
801–1,000	12	0	17.4	27	1	14.2	44	2	11.8	44	2	11.8	60	3	11.0	80	4	9.8
1,001–2,000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	80	4	9.8	100	5	9.1
2,001–3,000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	100	5	9.1	140	7	8.2
3,001–4,000	12	0	17.5	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	165	8	7.8
4,001–5,000	28	1	13.8	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	210	10	7.4
5,001–7,000	28	1	13.8	45	2	11.8	65	3	10.3	105	5	8.8	145	7	8.1	235	11	7.1
7,001–10,000	28	1	13.9	46	2	11.6	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	280	13	6.8
10,001–20,000	28	1	13.9	46	2	11.7	85	4	9.5	125	6	8.4	215	10	7.2	380	17	6.2
20,001–50,000	28	1	13.9	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	310	14	6.5	560	24	5.7
50,001–100,000	28	1	13.9	65	3	10.3	125	6	8.4	215	10	7.2	385	17	6.2	690	29	5.4

	Process Average																	
	0–0.06%						0.07–0.60%						0.61–1.20%					
	Trial 1		Trial 2			LTPD	Trial 1		Trial 2			LTPD	Trial 1		Trial 2			LTPD
Lot Size	n_1	c_1	n_2	n_1+n_2	c_2	%	n_1	c_1	n_2	n_1+n_2	c_2	%	n_1	c_1	n_2	n_1+n_2	c_2	%
1–10	All	0	—	—	—	—	All	0	—	—	—	—	All	0	—	—	—	—
11–50	10	0	—	—	—	19.0	10	0	—	—	—	19.0	10	0	—	—	—	19.0
51–100	16	0	9	25	1	16.4	16	0	9	25	1	16.4	16	0	9	25	1	16.4
101–200	17	0	9	26	1	16.0	17	0	9	26	1	16.0	17	0	9	26	1	16.0
201–300	18	0	10	28	1	15.5	18	0	10	28	1	15.5	21	0	23	44	2	13.3
301–400	18	0	11	29	1	15.2	21	0	24	45	2	13.2	23	0	37	60	3	12.0
401–500	18	0	11	29	1	15.2	21	0	25	46	2	13.0	24	0	36	60	3	11.7
501–600	18	0	12	30	1	15.0	21	0	25	46	2	13.0	24	0	41	65	3	11.5
601–800	21	0	25	46	2	13.0	21	0	25	46	2	13.0	24	0	41	65	3	11.5
801–1,000	21	0	26	47	2	12.8	21	0	26	47	2	12.8	25	0	40	65	3	11.4
1,001–2,000	22	0	26	48	2	12.6	22	0	26	48	2	12.6	27	0	58	85	4	10.3
2,001–3,000	22	0	26	48	2	12.6	25	0	40	65	3	11.4	28	0	62	90	4	10.0
3,001–4,000	23	0	26	49	2	12.4	25	0	45	70	3	11.0	29	0	76	105	5	9.6
4,001–5,000	23	0	26	49	2	12.4	26	0	44	70	3	11.0	30	0	75	105	5	9.5
5,001–7,000	23	0	27	50	2	12.2	26	0	44	70	3	11.0	30	0	80	110	5	9.4
7,001–10,000	23	0	27	50	2	12.2	27	0	43	70	3	11.0	30	0	80	110	5	9.4
10,001–20,000	23	0	27	50	2	12.2	27	0	43	70	3	11.0	31	0	94	125	6	9.2
20,001–50,000	23	0	27	50	2	12.2	28	0	67	95	4	9.7	55	1	120	175	8	8.0
50,001–100,000	23	0	27	50	2	12.2	31	0	84	115	5	9.0	60	1	140	200	9	7.6