

برنامه ریزی و کنترل پروژه

جزوه شماره ۴ – برنامه ریزی منابع

برنامه‌ریزی منابع

الف- تخصیص منابع محدود

تخصیص منابع محدود

در محاسبات قبل، فرض بر این بود که منابع موردنیاز به اندازه کافی در دسترس باشند.

در صورتیکه در منابع پروژه دارای محدودیتهایی باشیم می بایست محدودیت منابع را در زمانبندی پروژه منعکس نمود. زیرا در زمانبندی پروژه، میزان منابع موردنیاز باید از منابع در دسترس کمتر باشد.

اگر زمانبندی مراحل قبل محدودیت منابع را مراعات نکرد به تغییراتی در زمانبندی نیاز است که ممکن است به افزایش مدت پروژه منتج شود. این تغییرات غالباً به جابجایی زمانبندی برخی از فعالیت‌های پروژه برمی گردد که طبیعتاً منجر به تغییراتی در زمانهای نیاز به منابع می شود.

مثالی برای تخصیص منابع محدود

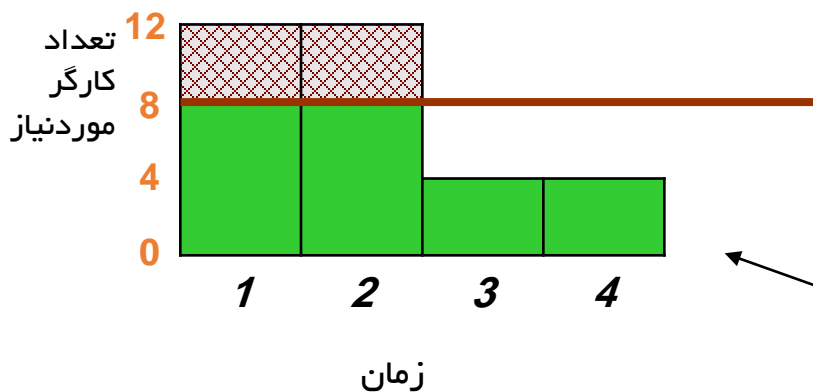
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■			
B		■		
C	■	■		
D			■	■

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



Resource Graph

استراتژیهای حل مسئله منابع محدود

۱- استفاده از شناوری فعالیتها

۲- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

۳- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

۴- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

۵- افزایش مدت زمان پروژه

۱ - استفاده از شناوری فعالیتها

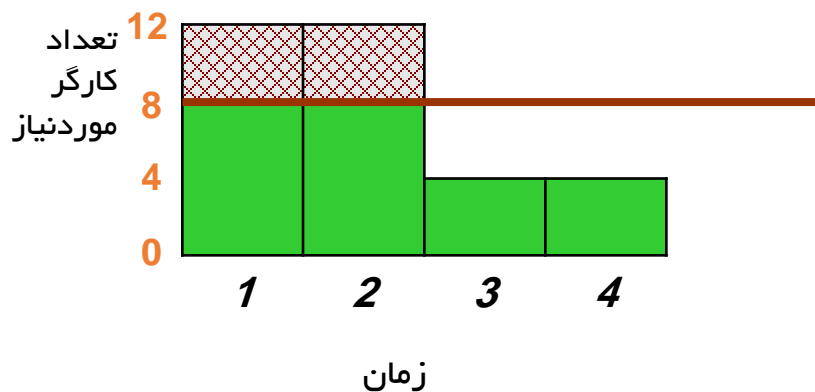
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■			
B		■		
C	■	■		
D			■	■

اطلاعات فعالیتهای پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



۱ - استفاده از شناوری فعالیتها

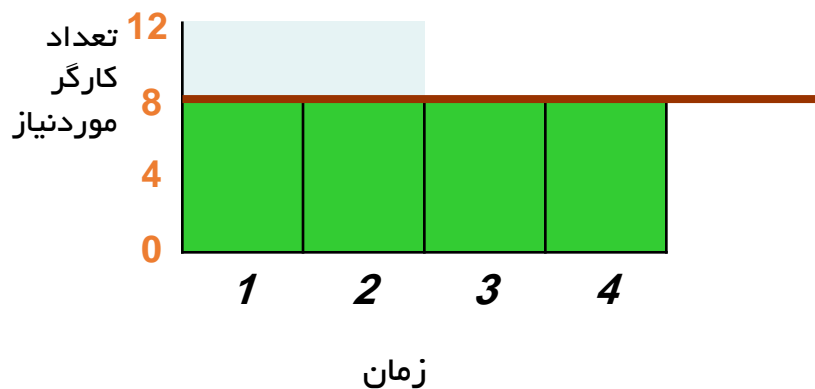
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A			■	
B				■
C	■	■		
D			■	■

اطلاعات فعالیتهای پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



۲- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

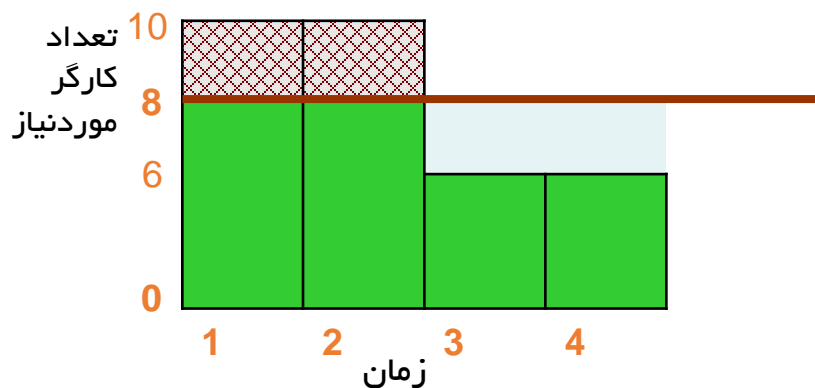
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■			
B		■		
C	■			
D			■	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	6
D	C	2	6

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



۲- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■			
B			■	
C	■			
D			■	

• افزایش مدت زمان فعالیت A به دو روز و کاهش کارگر موردنیاز به روزی دو کارگر

• افزایش مدت زمان فعالیت B به دو روز و کاهش کارگر موردنیاز به روزی دو کارگر



۳- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

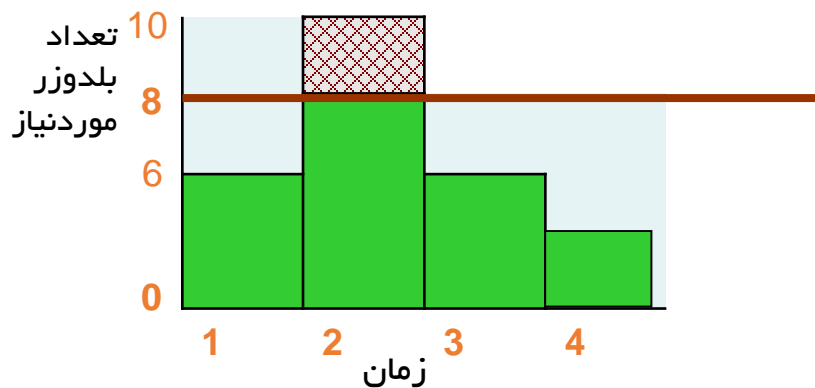
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد بلدوزر موردنیاز
A	-	2	2
B	A	1	2
C	-	1	4
D	C	1	8
E	D	2	4

تعداد بلدوزر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

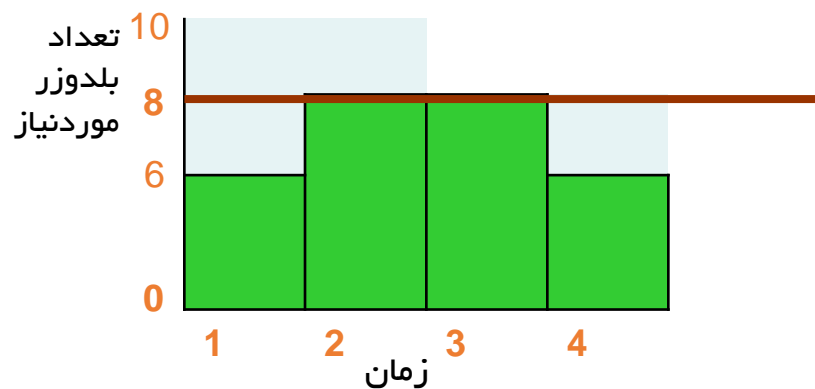


۳- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■		■	
B				■
C	■			
D		■		
E			■	■

• شکستن فعالیت A به دو بخش



۴- استفاده از اضافه‌کاری در جهت حل مسئله

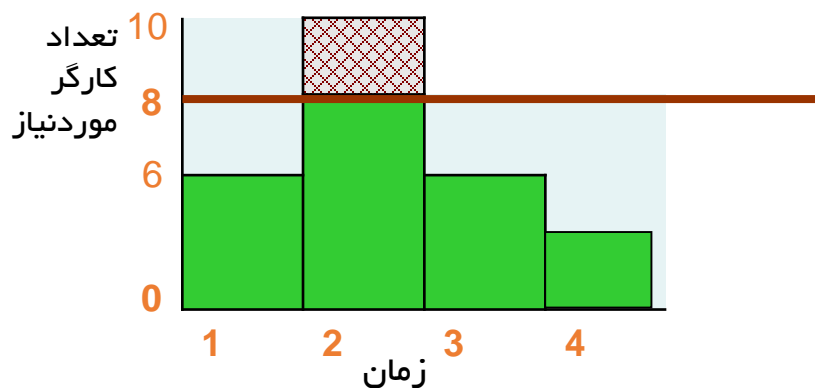
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

تعداد کارگر موردنیاز	مدت	پیشنیاز	کد فعالیت
2	2	-	A
2	1	A	B
4	1	-	C
8	1	C	D
4	2	D	E

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

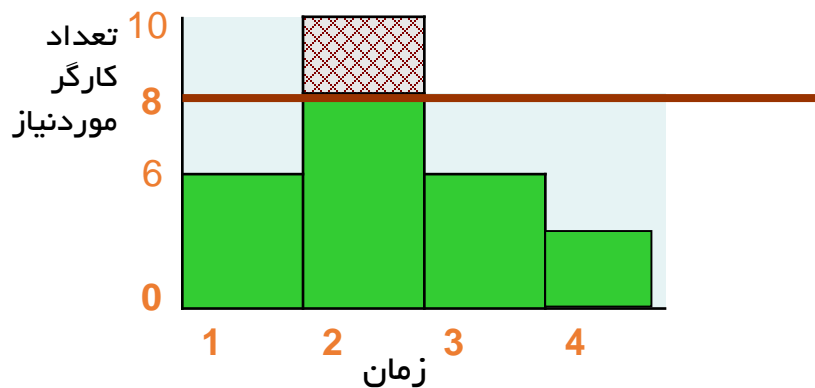


۴- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■			
B			■	
C	■			
D		■		
E			■	

• در روز دوم با دادن اضافه کاری به کارگران، جبران کسری منابع صورت پذیرد.



۵- افزایش مدت زمان پروژه

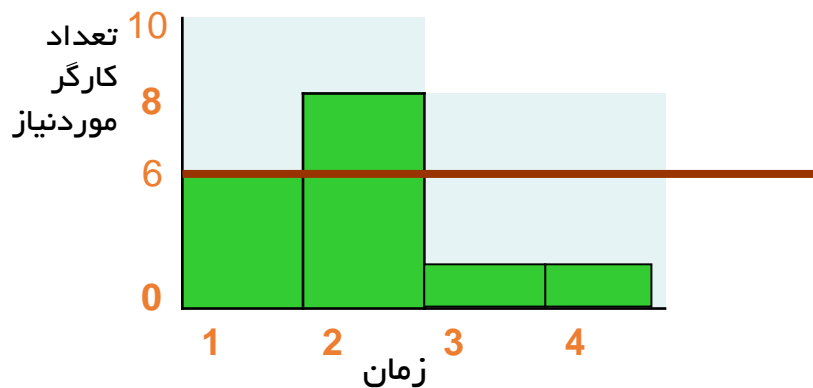
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

تعداد کارگر موردنیاز	مدت	پیشنیاز	کد فعالیت
4	2	-	A
1	2	A	B
2	1	-	C
4	1	C	D
1	2	D	E

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 6 نفر

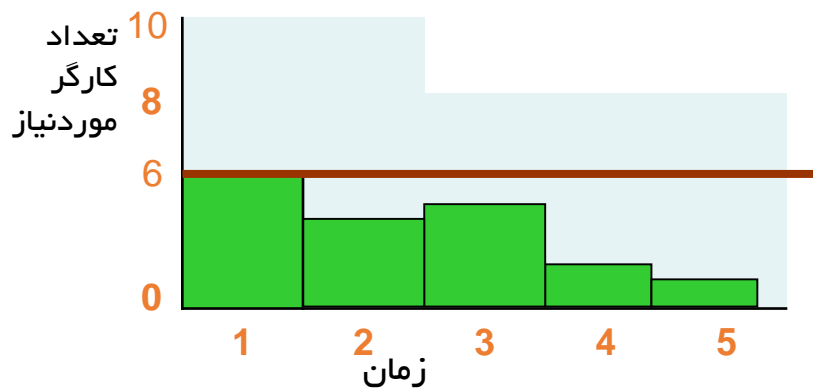


۵- افزایش مدت زمان پروژه

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4	5
A	█				
B			█		
C	█				
D			█		
E				█	

• با افزایش یک واحد زمانی به مدت پروژه، کسری منابع جبران گردید.



الگوریتم تخصیص منابع محدود

فرضیات:

امکان بکارگیری استراتژی‌های زیر وجود ندارد.

۱- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

۲- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

۳- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

الگوریتم تخصیص منابع محدود

قدم‌های الگوریتم:

قدم ۱- محاسبات زمانبندی رفت و برگشت معمول را انجام دهید و قرار دهید $T=0$

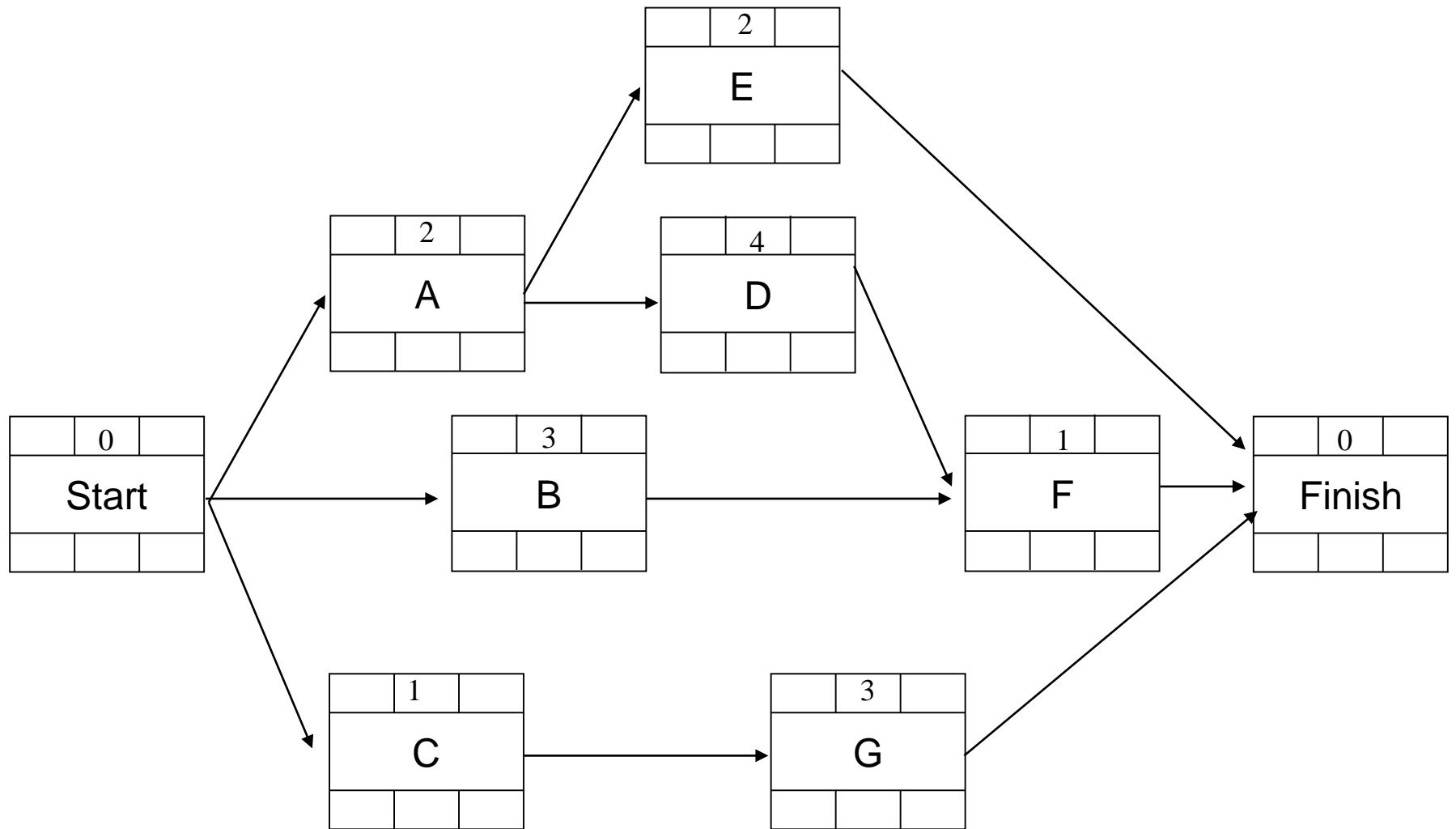
قدم ۲- مجموعه فعالیت‌های **EAS** (مجموعه فعالیت‌های واجد شرایط **Eligible Activity Set**) را مشخص کنید. این مجموعه شامل فعالیت‌هایی است که هنوز برنامه‌ریزی نشده‌اند و همچنین یا پیشنهاد ندارند یا پیشنهاد آنها تا زمان T برنامه‌ریزی و تمام شده باشند.

قدم ۳- براساس مجموعه فعالیت‌های **EAS**، مجموعه **OSS** (مجموعه فعالیت‌های مرتب شده برای برنامه‌ریزی **Ordered Scheduling Set**) را تشکیل دهید. در این مجموعه فعالیت‌های **EAS** براساس ترتیب صعودی **LS** مرتب شده‌اند و در صورت تساوی **LS** ملاک ترتیب صعودی مدت زمان فعالیت است.

قدم ۴- فعالیت‌های **OSS** را به ترتیب، در صورتی که برای فعالیت در کل زمان اجرا، منابع کافی وجود دارد آن فعالیت را برای شروع در زمان T برنامه‌ریزی کنید.

قدم ۴- در صورتیکه همه فعالیت‌ها برنامه‌ریزی شده‌اند توقف کنید. در غیر این صورت $T=T+1$ و به قدم ۲ بازگردید.

مثال

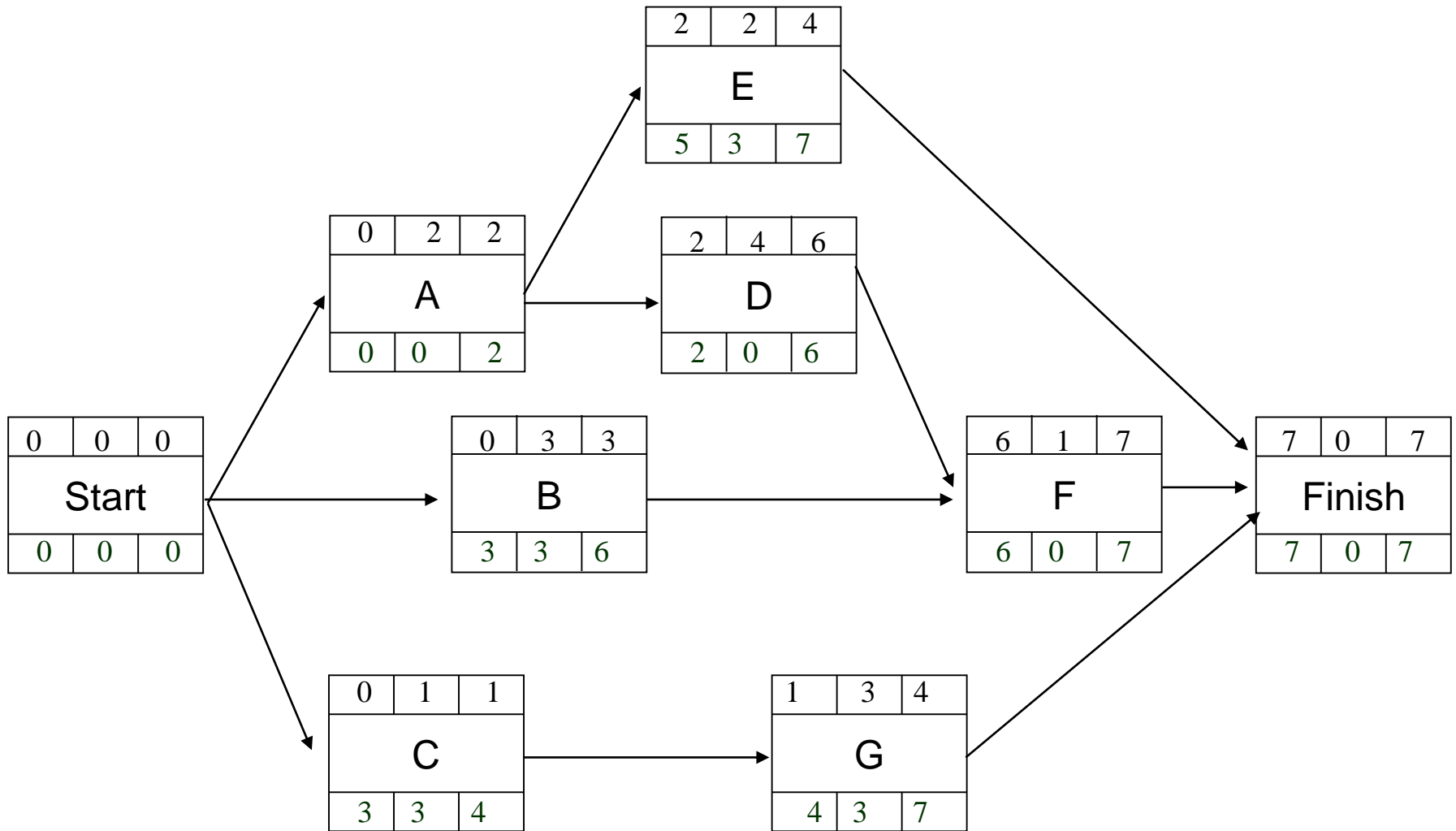


مثال

در این پروژه، به دو نوع منبع نیاز است ماشین آلات ویژه (منبع نوع P) و کارگر (منبع نوع Q) برای اجرای پروژه، ۴ ماشین ویژه و ۵ کارگر در اختیار داریم. میزان نیاز فعالیتها به منابع در جدول زیر نشان داده شده است.

	A	B	C	D	E	F	G
P	2	4	0	2	0	3	0
Q	0	0	3	0	5	0	4

حل مسئله و اجرای الگوریتم:



ACTIVITY	ES	LS	D	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
A	0	0	2													
B	0	3	3													
C	0	3	1													
D	2	2	4													
E	2	5	2													
F	6	6	1													
G	1	4	3													
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله اول : $T=0$

$EAS=\{A,B,C\}$

$OSS: A \rightarrow C \rightarrow B$

LS: 0, 3, 3

ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$													
B	0	3	3															
C	0	3	1															
D	2	2	4															
E	2	5	2															
F	6	6	1															
G	1	4	3															
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله اول : $T=0$

$EAS=\{A,B,C\}$

LS: 0, 3, 3

✓
OSS: $A \rightarrow C \rightarrow B$

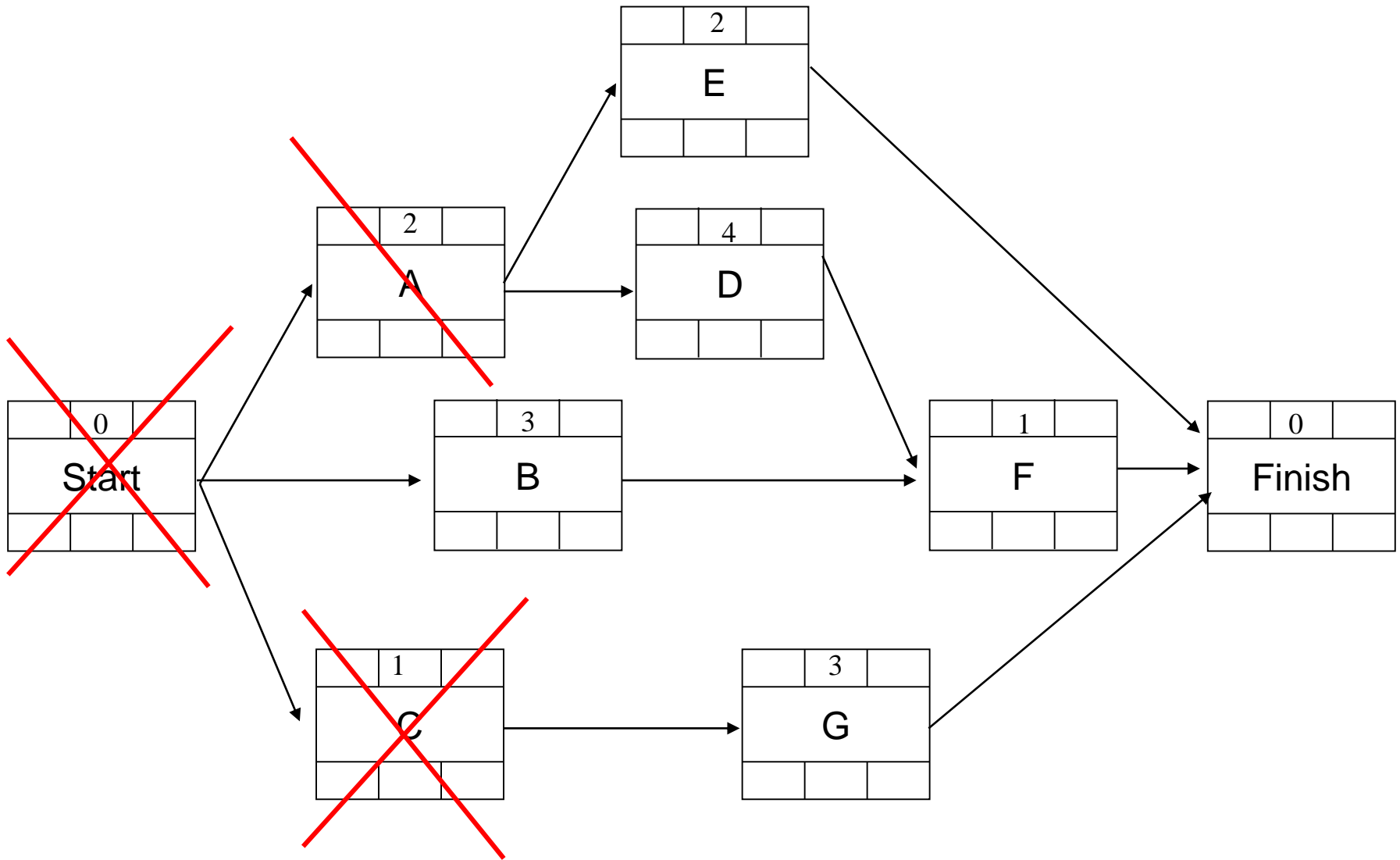
ACTIVITY	ES	LS	D	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$											
B	0	3	3													
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$												
D	2	2	4													
E	2	5	2													
F	6	6	1													
G	1	4	3													
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله اول : $T=0$

$EAS=\{A,B,C\}$

LS: 0, 3, 3

$OSS: A \xrightarrow{\checkmark} C \xrightarrow{\checkmark} B^x$



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3														
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله دوم : T=1

EAS={B,G}

LS: 3 , 4

OSS: B^x→G

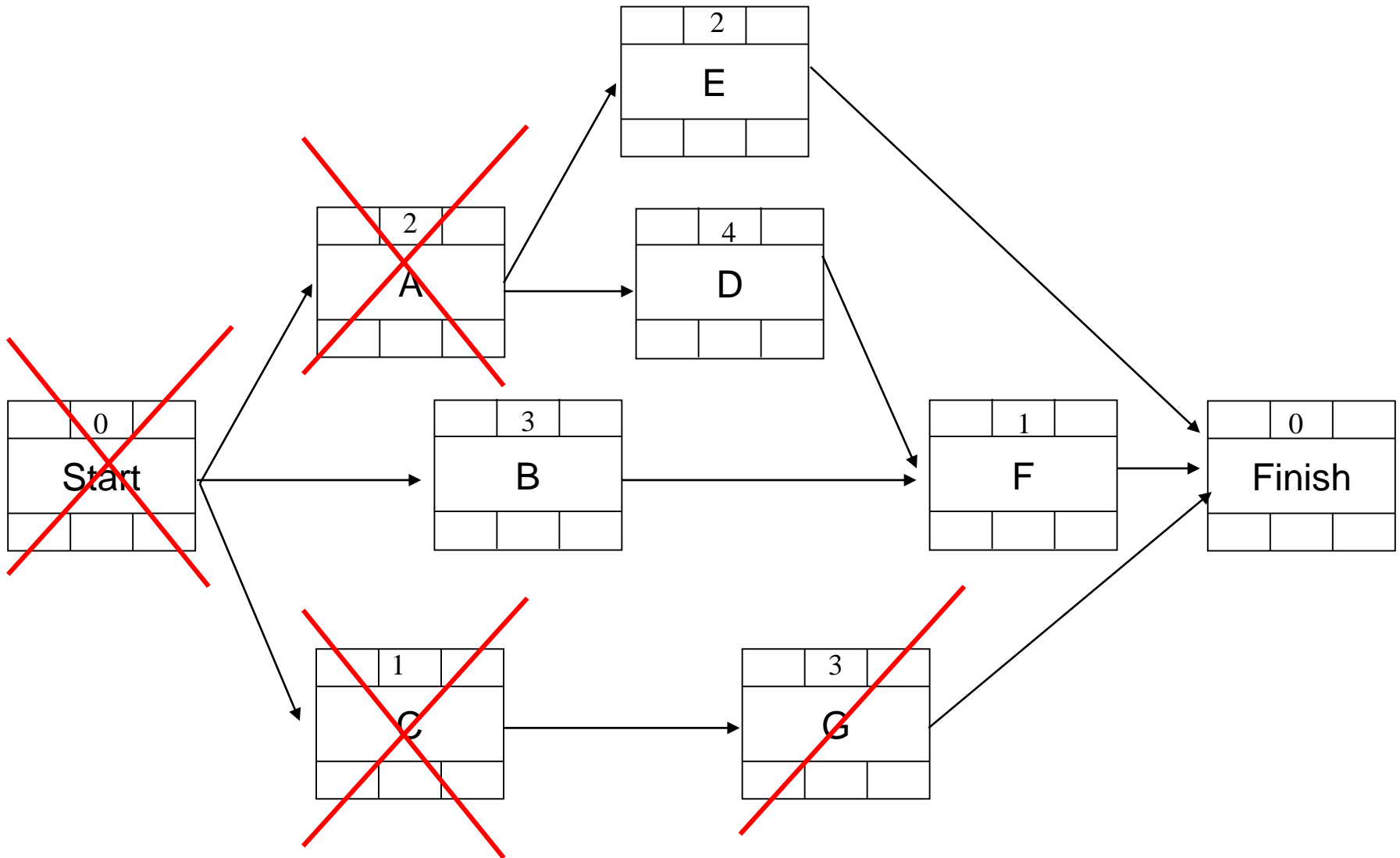
ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله دوم : $T=1$

$EAS=\{B,G\}$

LS: 3, 4

\times ✓
OSS: $B \rightarrow G$



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله سوم : $T=2$

EAS={B,E,D}

LS: 3, 5, 2

OSS: D → B → E

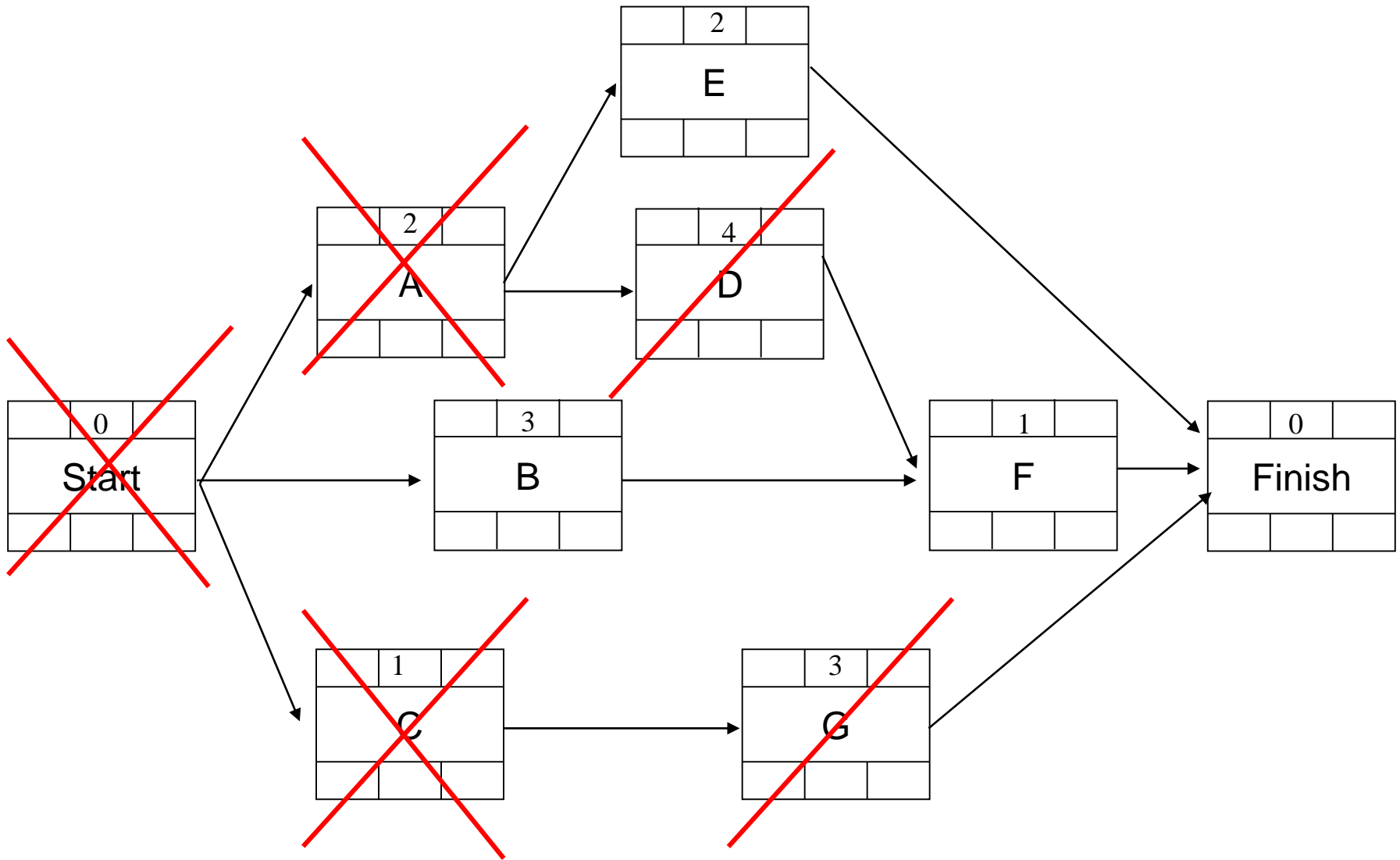
ACTIVITY	ES	LS	D	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$											
B	0	3	3													
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$												
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$							
E	2	5	2													
F	6	6	1													
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$									
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4			
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5		

مرحله سوم : $T=2$

✓ x x

 $EAS=\{B,E,D\}$ OSS: $D \rightarrow B \rightarrow E$

LS: 3, 5, 2



ACTIVITY	ES	LS	D	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$											
B	0	3	3													
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$												
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$							
E	2	5	2													
F	6	6	1													
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$									
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5

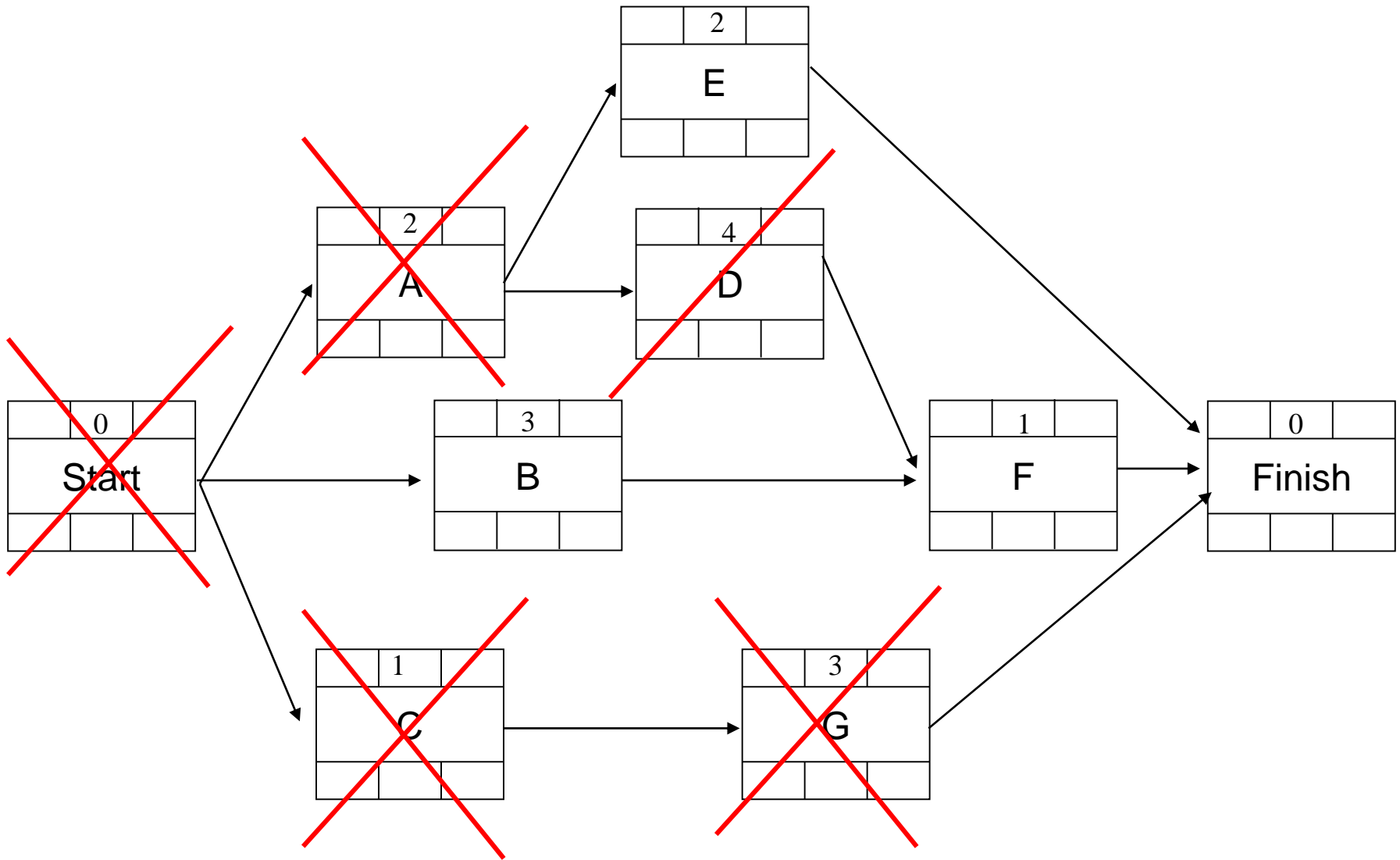
x x

مرحله چهارم : T=3

EAS={B,E}

OSS: B → E

LS: 3, 5



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله پنجم : $T=4$

$EAS=\{B,E\}$

LS: 3, 5

OSS: $B \rightarrow E$

x

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0} \text{ --- } \frac{2}{0}$													
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0} \text{ --- } \frac{2}{0} \text{ --- } \frac{2}{0} \text{ --- } \frac{2}{0}$											
E	2	5	2					$\frac{0}{5} \text{ --- } \frac{0}{5}$									
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4} \text{ --- } \frac{0}{4} \text{ --- } \frac{0}{4}$												
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

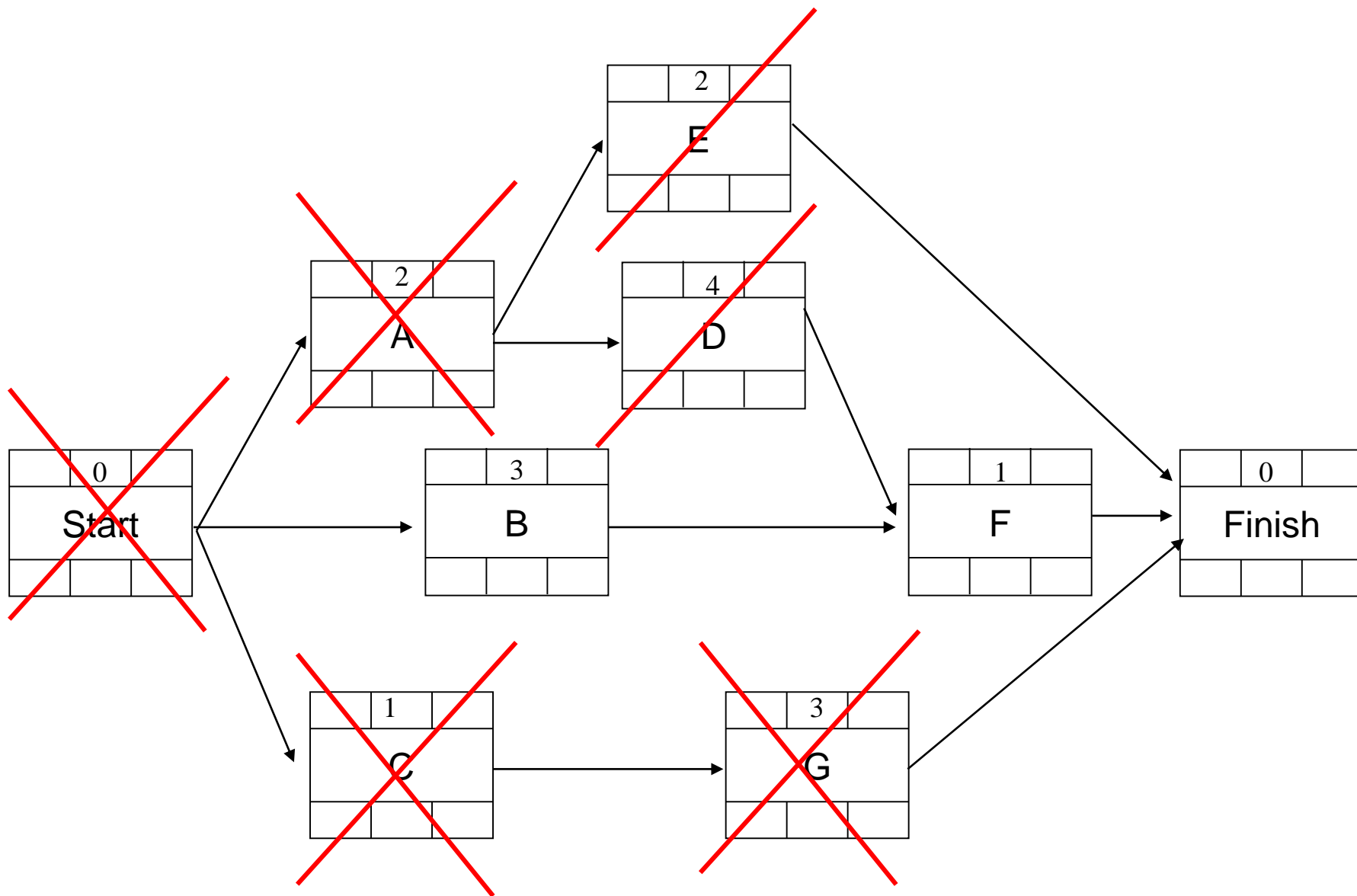
x ✓

مرحله پنجم : T=4

EAS={B,E}

OSS: B → E

LS: 3, 5



ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$													
B	0	3	3															
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$														
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$									
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$									
F	6	6	1															
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4					
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5					

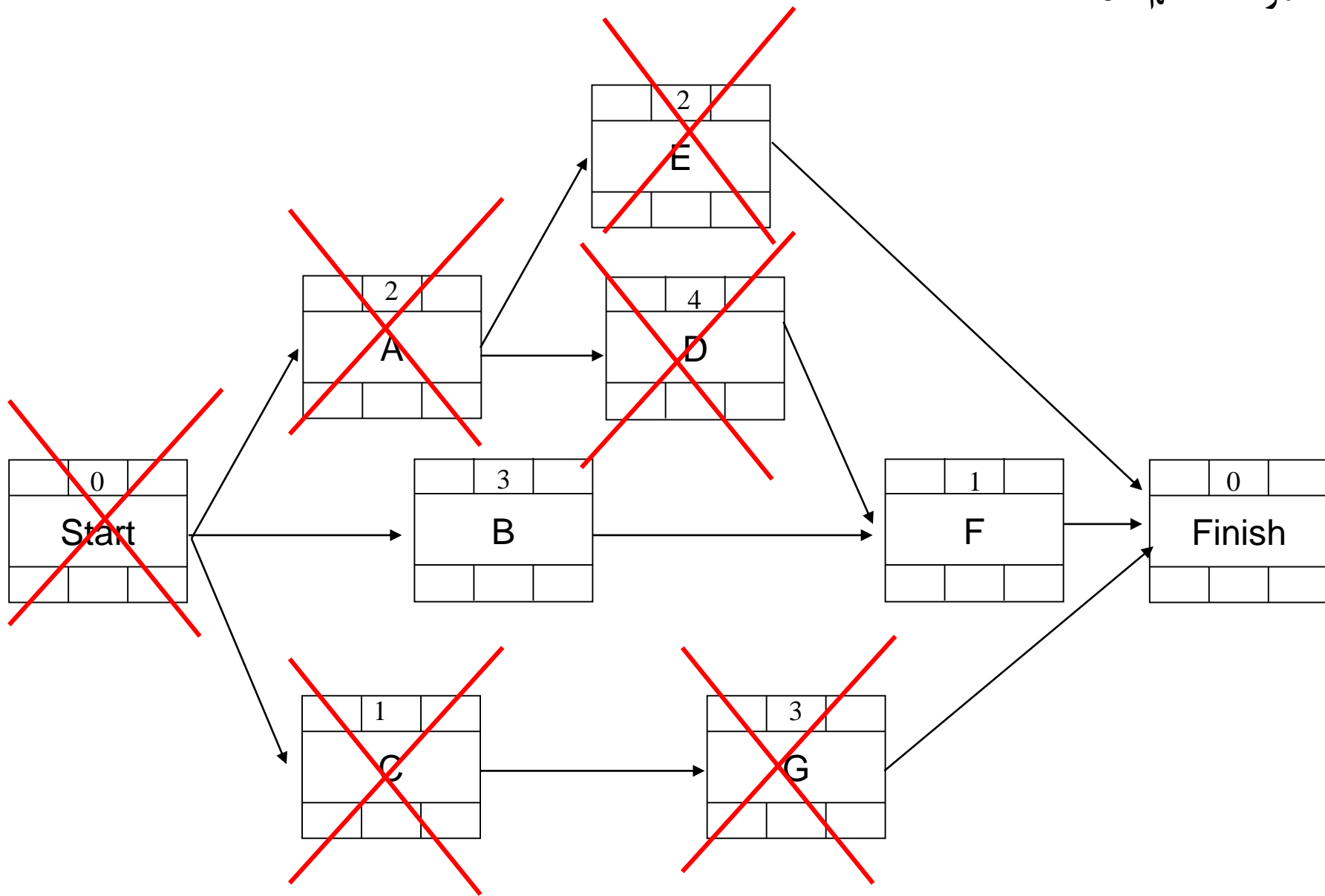
x

مرحله ششم : T=5

EAS={B}

OSS: B

LS: 3



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

مرحله هفتم: $T=6$ **EAS={B}****OSS: B**

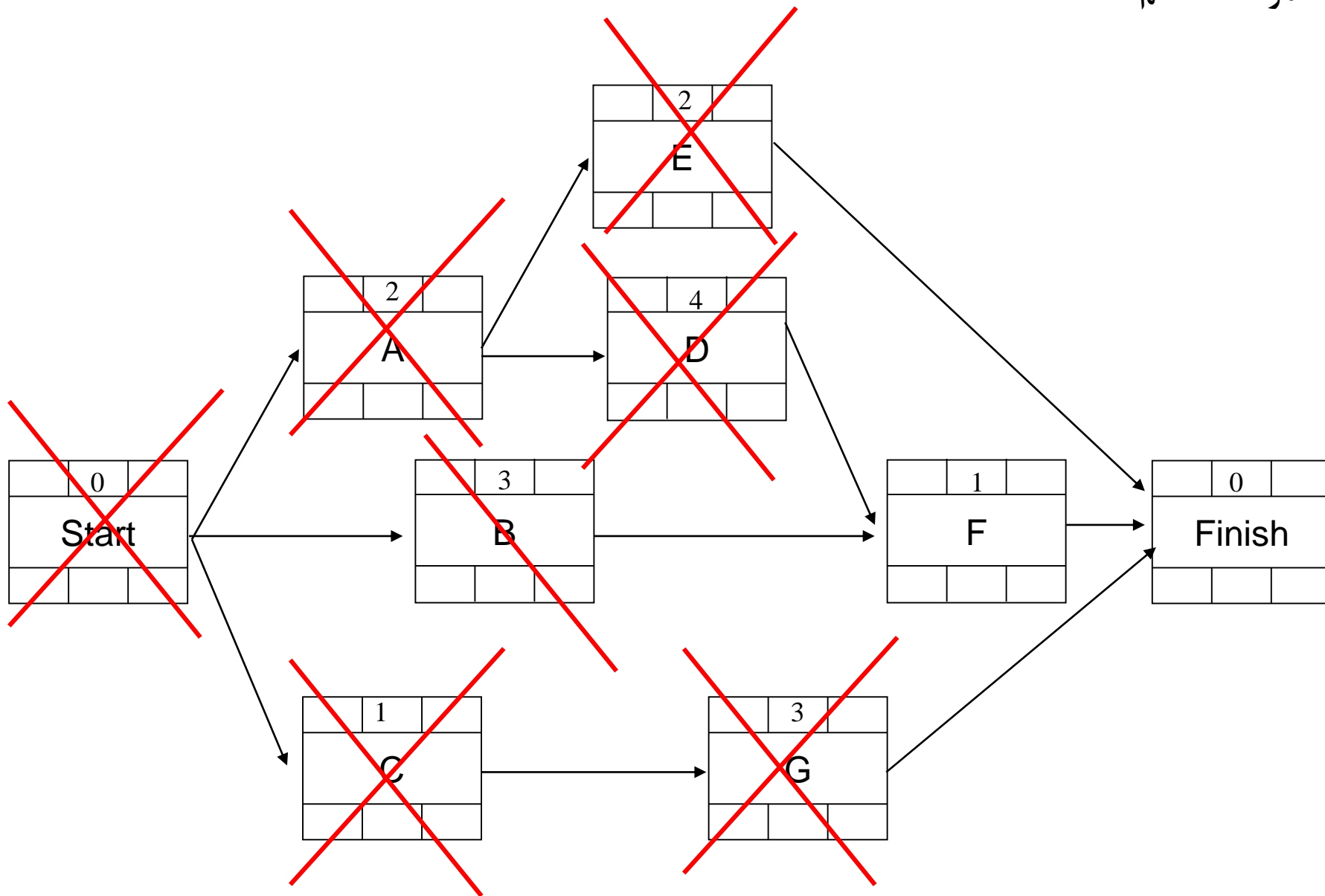
LS: 3

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$				
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

مرحله هفتم: $T=6$ **EAS={B}**

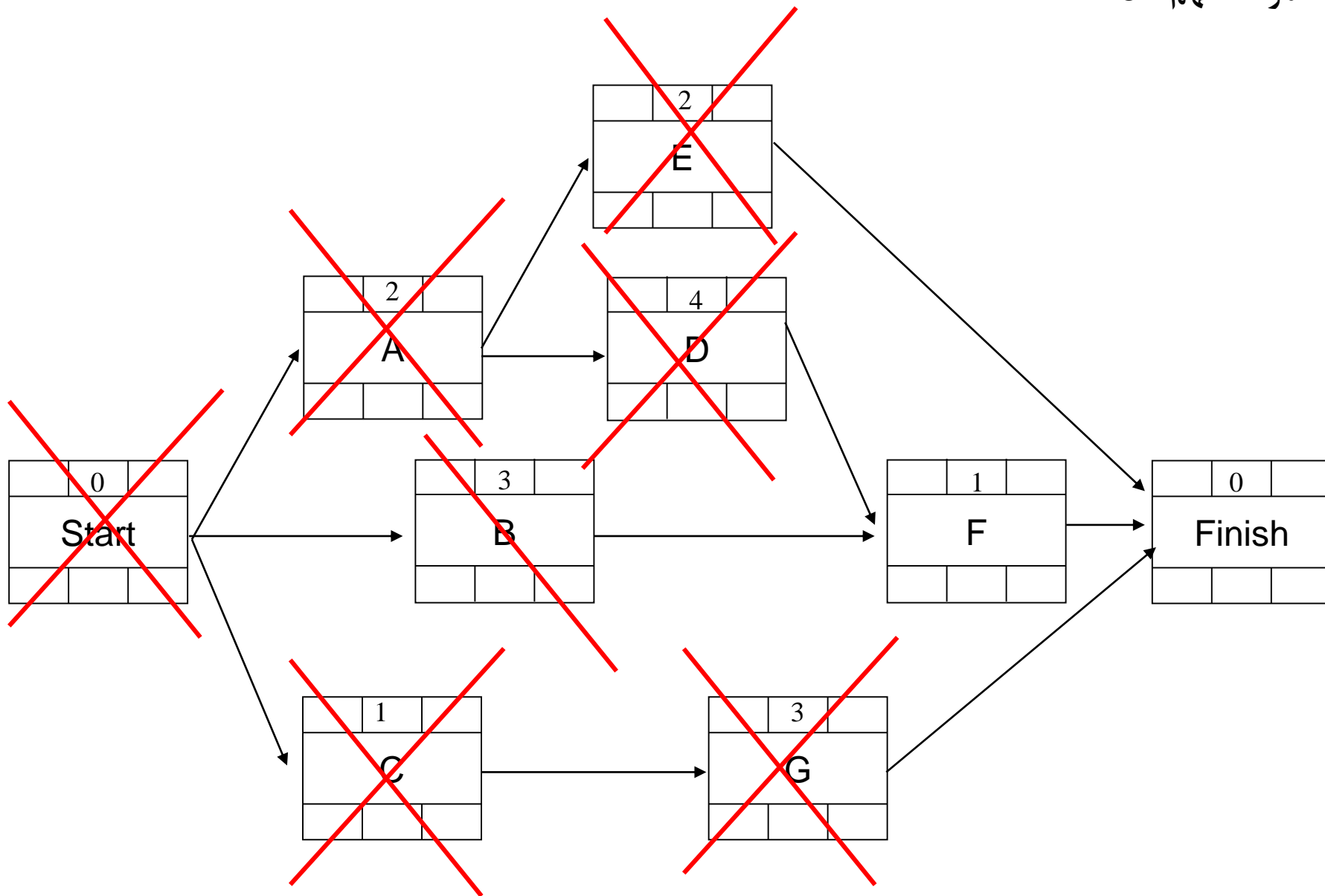
LS: 3

✓
OSS: B



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$				
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

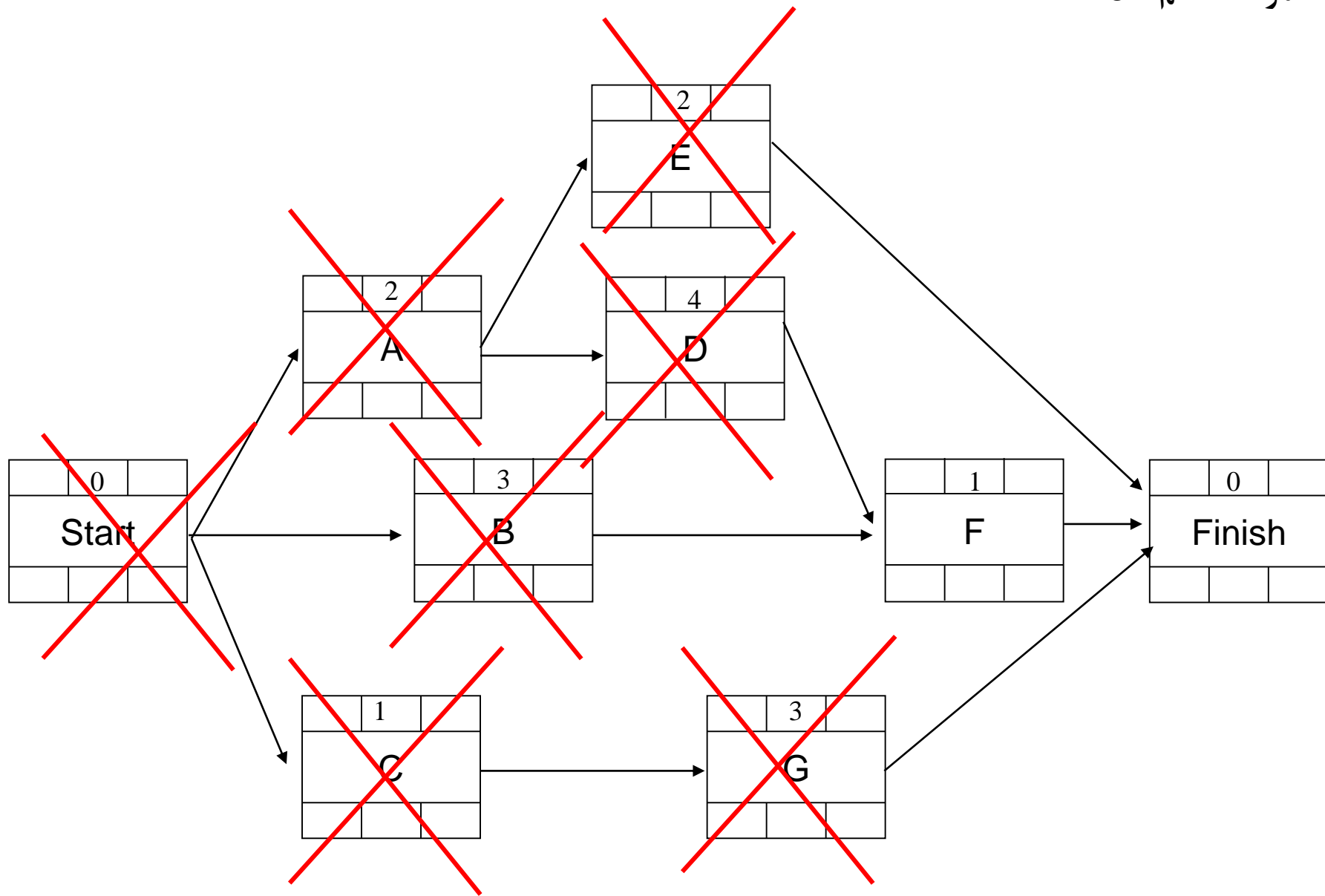
مرحله هشتم : $T=7$ $EAS=\{\}$



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$				
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

مرحله نهم : $T=8$

$EAS=\{\}$



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$				
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

EAS={F}

OSS: F

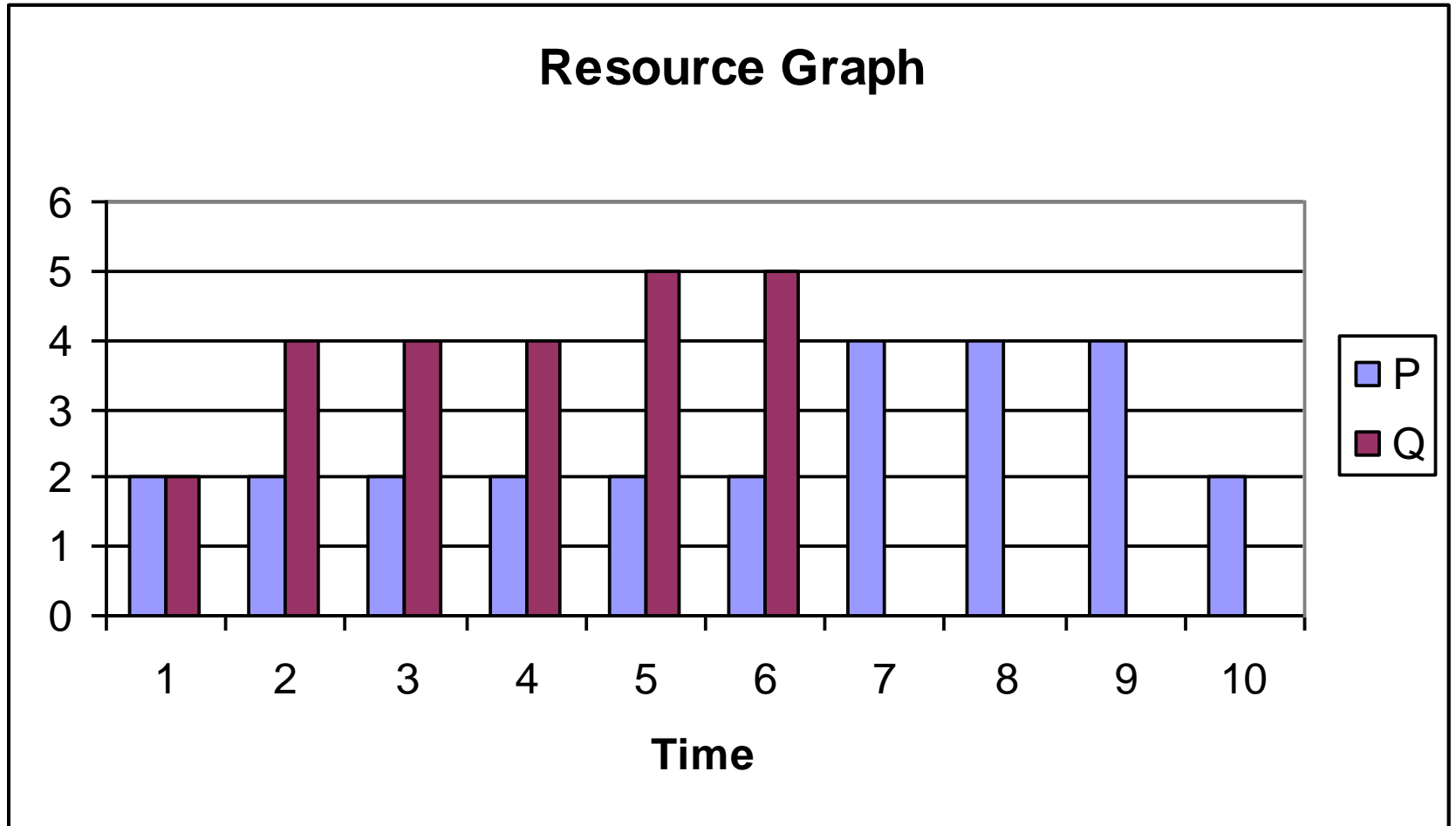
مرحله دهم: T=9

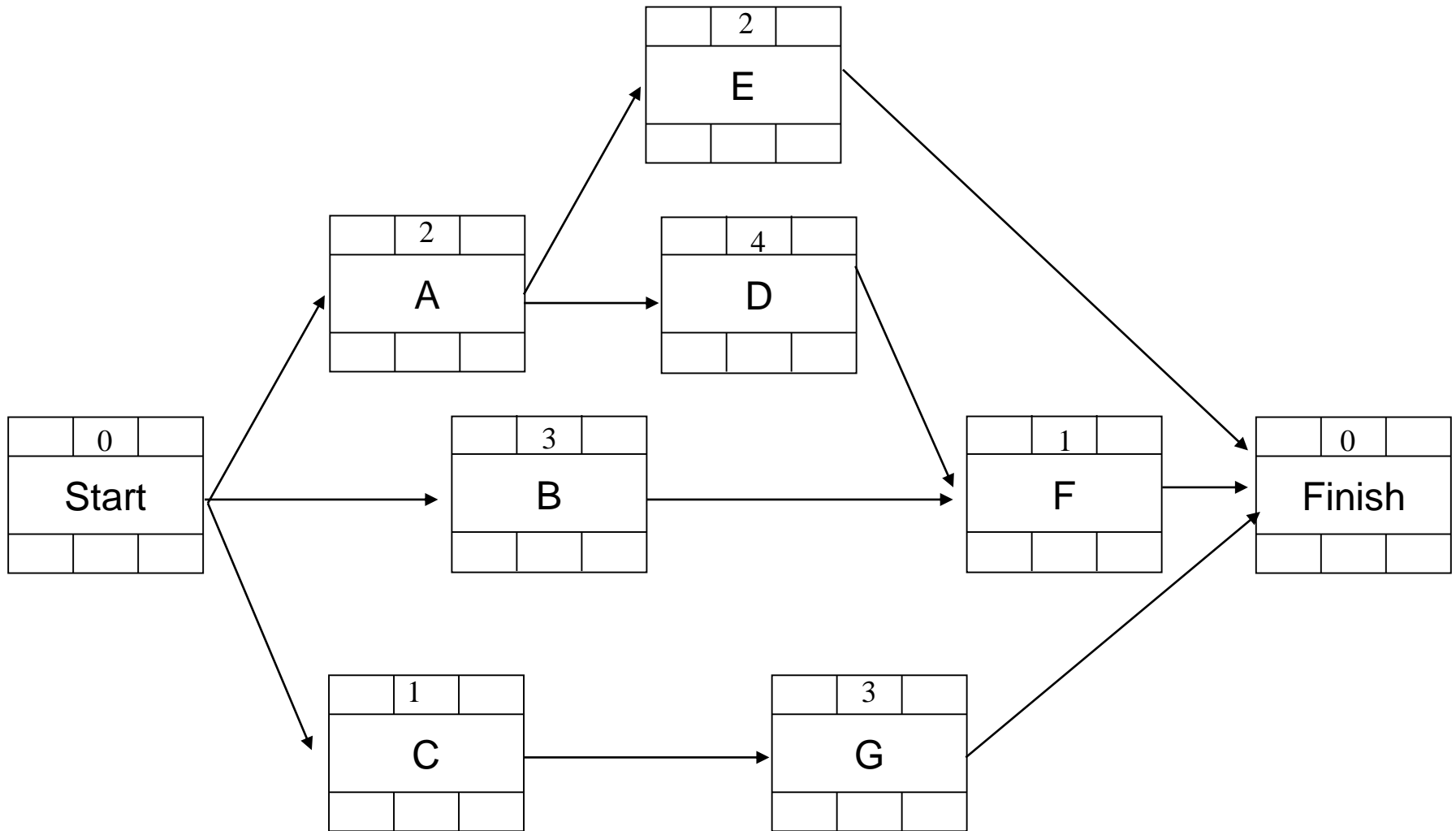
ACTIVITY	ES	LS	D	T											
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$										
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$		
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$											
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$						
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$						
F	6	6	1											$\frac{3}{0}$	
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$								
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	2		
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5		

EAS={F}

OSS: F ✓

مرحله دهم: T=9



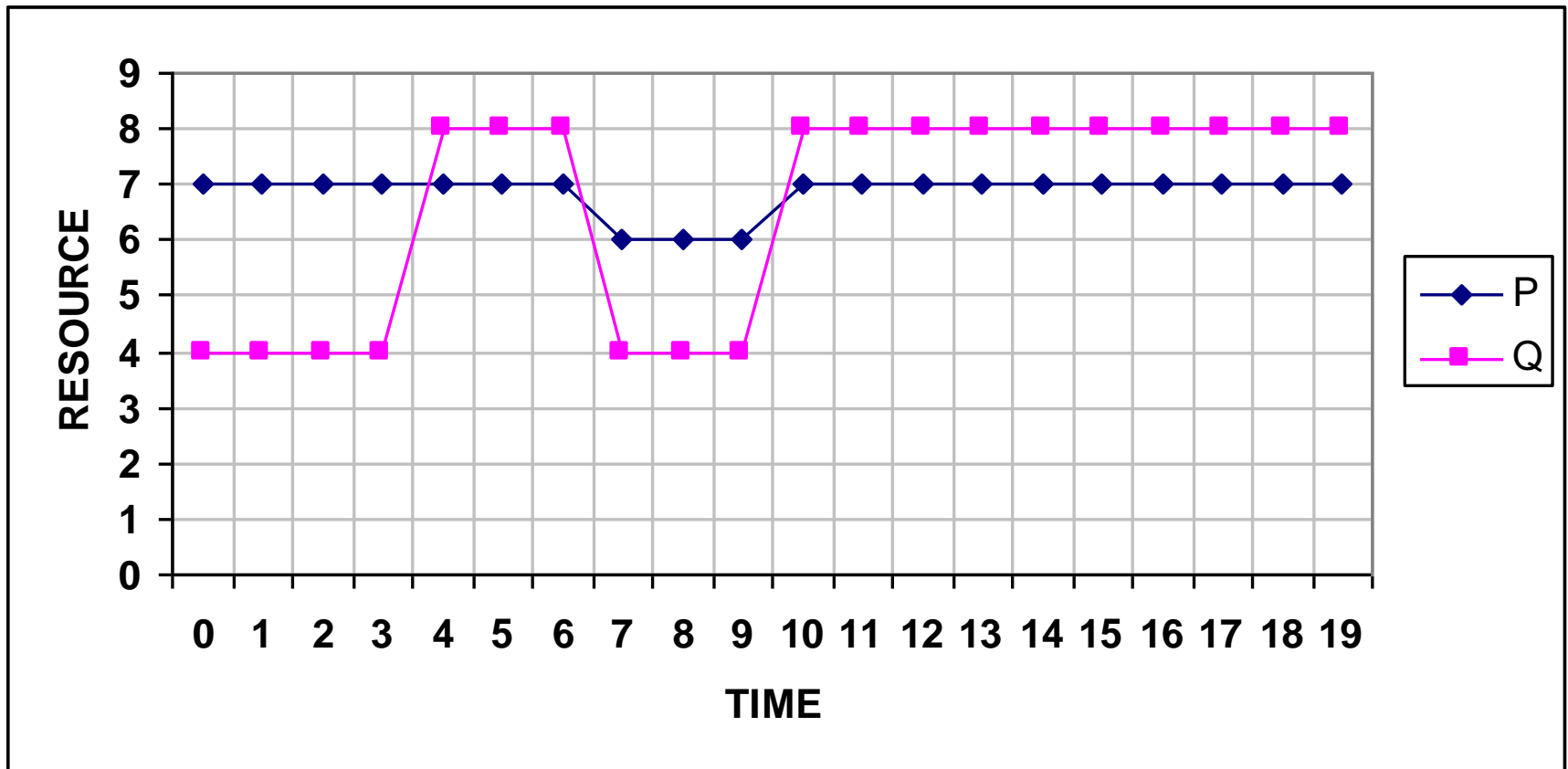


تمرین

در این پروژه، به دو نوع منبع نیاز است ماشین آلات ویژه (منبع نوع P) و کارگر (منبع نوع Q) میزان نیاز فعالیتها به منابع در جدول زیر نشان داده شده است.

	A	B	C	D	E	F	G
P	2	4	1	2	0	3	1
Q	1	2	3	3	3	3	4

میزان منابع در دسترس

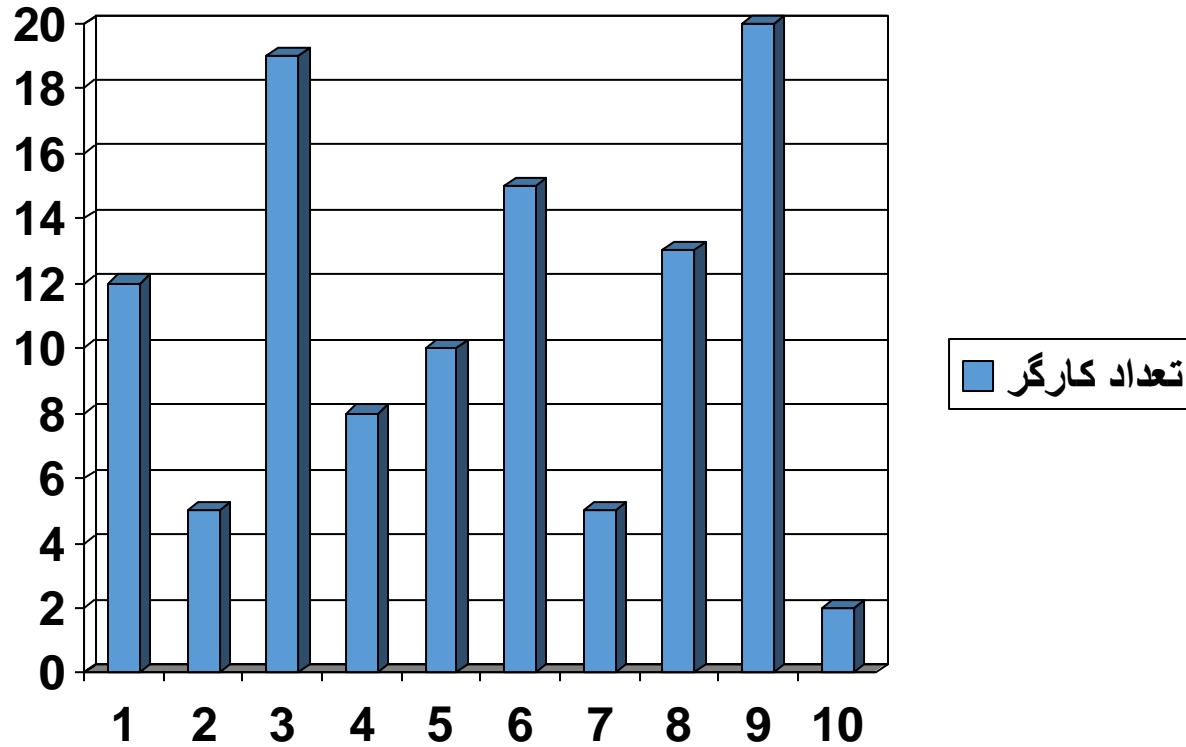


برنامه‌ریزی منابع

ب- تخصیص منابع نامحدود (تسطیح منابع)

Resource Leveling

Resource Graph



r_t : تعداد منبع مورد استفاده در مقطع زمانی t

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T_c} (r_{t+1} - r_t)^2$$

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T_c} (r_t)^2$$

الگوریتم برگس (Burgess)

قدم‌های الگوریتم:

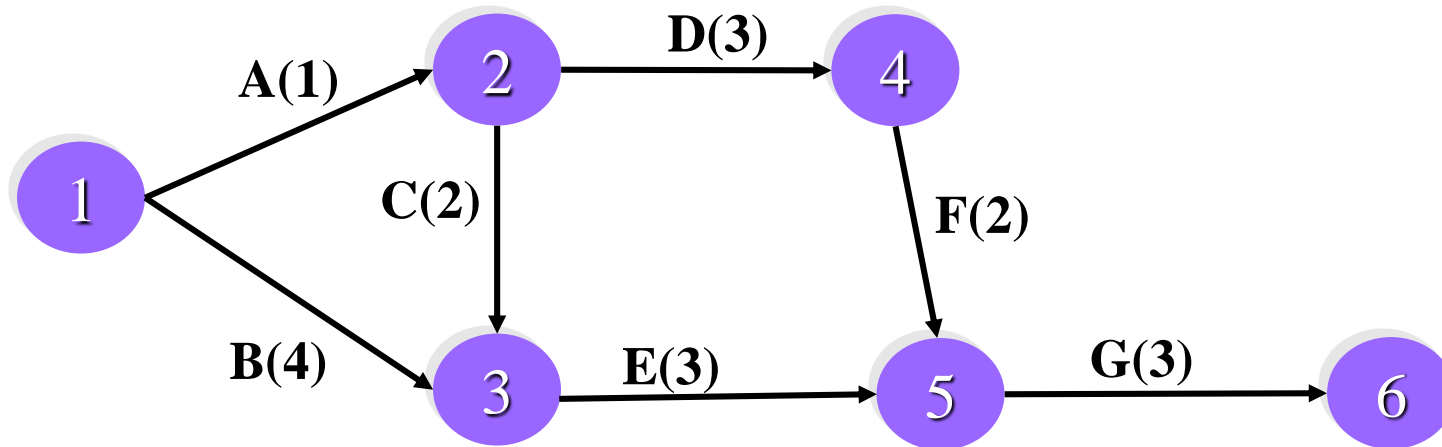
قدم ۱- فعالیتها را به ترتیب شماره گره پایانی و در صورتی که دو فعالیت دارای یک گره پایانی هستند به ترتیب افزایش شماره گره شروعی از بالا به پایین در جدول قرار دهید.

قدم ۲- از آخرین فعالیت (پایین لیست) شروع نموده و فعالیت را به نحوی برنامه ریزی کنید که رابطه $z = \text{Min} \sum (r_t)^2$ در آن حداقل باشد در صورتی که این رابطه در دو یا چند وضعیت مختلف حداقل باشد وضعیتی را انتخاب کنید که فعالیت از حداکثر شناوری خود استفاده کرده باشد.

قدم ۳- عملیات مربوط به قدم ۲ را به ترتیب برای سایر فعالیتها از پایین به بالا تکرار کنید.

قدم ۴- پس از آنکه تمامی فعالیتها برنامه ریزی شدند مجدداً از پایین ترین فعالیت جدول، قدمهای ۲ و ۳ را برای تمامی فعالیتها تکرار می کنیم. این روند را آنقدر ادامه می دهیم تا کاهش بیشتری در تابع Z ممکن نباشد.

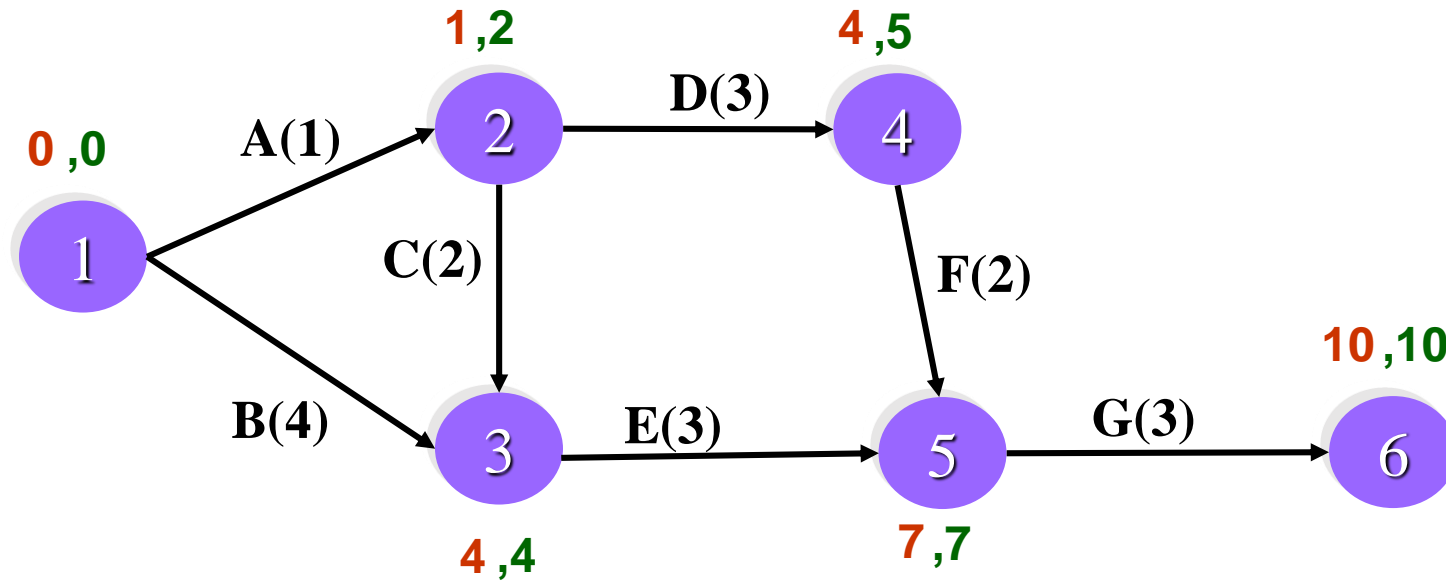
مثال



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	2	3	2	1	4	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

حل مسئله و اجرای الگوریتم:



ACTIVITY	ES	LS	r	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1-2	0	1	1													
1-3	0	0	2													
2-3	1	2	3													
2-4	1	2	2													
3-5	4	4	1													
4-5	4	5	4													
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>		
r _t												4	4	4		
(r _t) ²												16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T											
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1-2	0	1	1												
1-3	0	0	2												
2-3	1	2	3												
2-4	1	2	2												
3-5	4	4	1												
4-5	4	5	4						4	4					
5-6	7	7	4								4	4	4		
r_t									4	4	4	4	4		
$(r_t)^2$									16	16	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1-2	0	1	1													
1-3	0	0	2													
2-3	1	2	3													
2-4	1	2	2													
3-5	4	4	1					1	1	1						
4-5	4	5	4						4	4						
5-6	7	7	4								4	4	4			
r_t								1	5	5	4	4	4			
(r_t)²								1	25	25	16	16	16			

ACTIVITY	ES	LS	r	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1-2	0	1	1													
1-3	0	0	2													
2-3	1	2	3													
2-4	1	2	2		2	2	2									
3-5	4	4	1					1	1	1						
4-5	4	5	4						4	4						
5-6	7	7	4								4	4	4			
r_t					2	2	2	1	5	5	4	4	4			
$(r_t)2$					4	4	4	1	25	25	16	16	16			

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	2	2	2	2	2										
2-3	1	2	3			3	3										
2-4	1	2	2		2	2	2										
3-5	4	4	1					1	1	1							
4-5	4	5	4						4	4							
5-6	7	7	4								4	4	4	4	4	4	4
r_t				2	4	7	7	1	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				4	16	49	49	1	25	25	16	16	16				

ACTIVITY	ES	LS	r	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1-2	0	1	1	<u>1</u>												
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>									
2-4	1	2	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>						
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>						
5-6	7	7	4								<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
r _t				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4			
(r _t) ²				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16			

Z=222

ACTIVITY	ES	LS	r	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1-2	0	1	1	1												
1-3	0	0	2	2	2	2	2	2								
2-3	1	2	3			3	3									
2-4	1	2	2		2	2	2									
3-5	4	4	1					1	1	1						
4-5	4	5	4						4	4						
5-6	7	7	4								4	4	4	4	4	4
r_t				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4			
$(r_t)^2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16			

ACTIVITY	ES	LS	r	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1-2	0	1	1	1														
1-3	0	0	2	2	2	2	2	2										
2-3	1	2	3			3	3											
2-4	1	2	2		2	2	2											
3-5	4	4	1					1	1	1								
4-5	4	5	4						4	4								
5-6	7	7	4									4	4	4				
r_t				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4					
$(r_t)^2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	<u>1</u>													
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>										
2-4	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>							
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>							
5-6	7	7	4								<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>				
r_t				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16				

Z=218

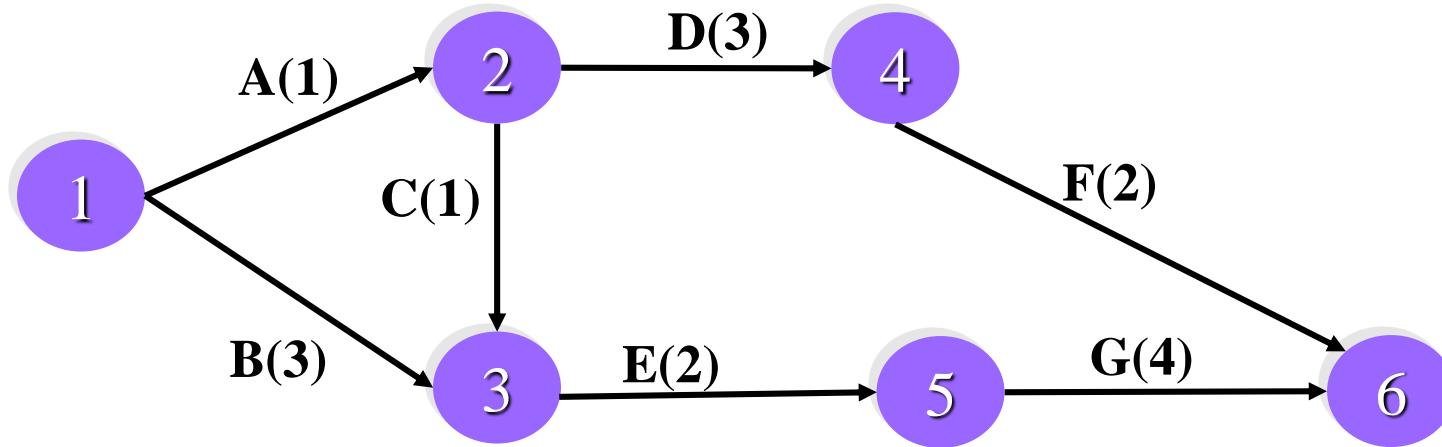
ACTIVITY	ES	LS	r	T												
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1-2	0	1	1	1												
1-3	0	0	2	2	2	2	2	2								
2-3	1	2	3			3	3									
2-4	1	2	2			2	2	2								
3-5	4	4	1					1	1	1						
4-5	4	5	4						4	4						
5-6	7	7	4								4	4	4	4	4	4
r_t				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4			
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16			

ACTIVITY	ES	LS	r	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1-2	0	1	1	1														
1-3	0	0	2	2	2	2	2	2										
2-3	1	2	3			3	3											
2-4	1	2	2			2	2	2										
3-5	4	4	1					1	1	1								
4-5	4	5	4						4	4								
5-6	7	7	4									4	4	4				
r_t				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4					
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	<u>1</u>													
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
2-3	1	2	3		<u>3</u>	<u>3</u>											
2-4	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>							
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>							
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
r_t				3	5	7	4	3	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	25	49	16	9	25	25	16	16	16				

Z=206

تمرین



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	3	2	2	4	3	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.