# بخش سوم

**مدل هاي ناهمساني واريانس شرطي ( ARCH )**

**( Autoregressive Conditional Heteroskedasticity )**

**يكي از اشكال خودهمبستگي كه تاكنون بسيار با آن برخوردداشته ايم ،همان خودهمبستگي هاي ساده مي باشد ساده ترين شكل آنها خودهمبستگي ماركف از مرتبه اول به صورت زير مي باشد:**

****

****

****

**در دوره  ام ،مقادير براي ما معلوم مي باشدوبنابراين مي توان مدل فوق را بعنوان يك مدل شرطي نيز منظور كرد.به عبارت ديگر داريم:**

****

**بنا براين براي مدل فوق دو نوع اميد وواريانس مي توان تعريف نمود:**

**الف)اميد وواريانس غير شرطي**

**با فرض اينكه  باشد،مي توان فرآيند ماركف مرتبه اول  را مانا فرض نمود .لذا:**

 **  مقدار ثابت **

 **  **

 ****

**حال ميتوان اميد وواريانس غير شرطي را به صورت زير بدست آورد:**

 ****

****

****

****

 ** **

** مقدار ثابت **

****

 **مقدار ثابت **

**ب)اميد وواريانس شرطي**

**چون در زمان ، مقدار  رخ داده است،پس وقفه هاي  همگي مقادير داده شده اي هستند ولذا ميتوان نوشت:**

****

****

**مقدار ثابت **

بنابراين در خودهمبستگي هاي از نوع ماركف هم واريانس شرطي و هم واريانس غير شرطي همسان هستند.

**اما در بازارهاي مالي ،پسماندهاي مدلهاي مالي داراي واريانسهاي شرطي ناهمسان مي باشند.به عبارت ديگر ناهمساني واريانسهاي شرطي از ويژگي هاي اساسي پسماندهاي مدلهاي مالي مي باشد.لازم به ذكر است كه پسماندهاي اين مدلها،همان خبر ها واتفاقات غير منتظره اي هستند كه شكل مدلها ومتغيرهاي درون مدلها ،نمي توانند آنها را پوشش دهند.ويژگي اين خبرها در اين است كه اگر يك خبر خوب در بازارهاي مالي منتشر شود،اين خبردر دوره هاي بعدي با فعل وانفعالاتي كه در اقتصاد ايجاد مي كند،شوكهاي ديگري را بطور همزمان ايجاد مي كند ودر نتيجه شوكهاي تركيبي حاصله در دوره هاي بعدي بزرگتر وبزرگتر مي شوند.بنابراين مدلهاي مالي همواره با خطاهايي مواجه هستند كه دامنه مقادير ي كه اخذ مي كنند،بستگي به خطاها وشوكهاي قبلي داشته واين دامنة مقاديرممكن است در دوره هاي بعداز يك شوك،مرتبا بزرگتر شوند.به عبارت ديگر ،چنين ويژگي بيانگر اين است كه در دوره هاي پس از يك شوك،پراكندگي وواريانس توزيع مقادير جملات اخلال بزرگ وبزرگتر مي شود،اين امر سبب مي گردد كه پس از رخ دادن يك شوك،ومعلوم شدن آن،واريانس شوكهاي بعدي تغيير كند واين همان متغير بودن واريانس هاي شرطي ويا همان ناهمساني واريانس شرطي مي باشد.همچنين ممكن است كه حالاتي رخ دهد كه واريانسهاي دوره هاي بعدي بطور مداوم كاهش يابند .به عبارت ديگر،در دوه هاي مختلف،با دانستن شوكها وخبرهاي دوره هاي قبل،واريانس توزيع مقادير جملات خطا در دوره هاي بعدي تغيير كند.**

**با توجه به مطالب فوق متوجه مي شويم كه خودهمبستگي مرتبه اول ماركف نمي تواند چنين ويژگي از واريانسها ي شرطي را توضيح دهد.لذا همواره در كنار آزمون ضريب لاگرانژ( LM )براي خودهمبستگي از مر تبه pبايستي آزمونهاي مربوط به ناهمساني واريانس شرطي نيز انجام شود ودر صورت تأييد اين نوع ناهمساني ،مدل را به گونه اي تعديل كنيم كه بتواند اطلاعات موجود در واريانس ناهمساني را در خود جاي دهد.**

**بنابراين بايستي اين ويژگي واريانس شرطي را در مدل خود بگنجانيم.معمولا خانواده هاي ARCH را براي اين امر بكار مي گيرند كه در زير آنها را توضيح مي دهيم.**

**فرض كنيد مدل زير طراحي شده است:**

****

**براي گنجاندن ناهمساني واريانس شرطي در مدل معمولا  را به صورت زير تعريف مي كنند:**

****

**كه در آن  بيانگر واريانس شرطي مي باشد.به عبارت ديگر داريم:**

** چون**

** لذا**

**چون واريانس مقدار مثبتي بايد باشد لذا فرض مي شود كه  و  باشد.رابطه فوق بيانگر اين است كه واريانس شرطي  در زمان به توان دوم شوك يا خبر غير قابل پيش بيني دوره قبل بستگي دارد.بنابراين واريانس شرطي در طول زمان متغير خواهد بود،اما با اين وجود واريانس غير شرطي  همچنان ثابت است.مدل فوق را ARCH(1) گويند.علت اين است كه فقط يك وقفه از مربع  در  (واريانس شرطي) گنجانده شده است.**

در حالت كلي مفهوم ناهمساني واريانس شرطي همان مطالبي است كه در بالا گفته شد،اما نحوه مدلسازي متفاوت است كه در قسمتهاي بعد به آن خواهيم پرداخت.

**ناهمساني واريانس شرطي وعلل ايجاد آن**

**تعدادي از سري هاي زماني داراي ميانگين ثابت نمي باشند،واغلب مي توان دوره هايي از بي ثباتي وآرامش را در اين نوع سري ها ديد.بسياري از تحقيقات اقتصادي نوين روي اين نوع سري ها متمركز شده وسعي مي شود كه متدلوژي باكس –جنكينز براي اين نوع سري هاي زماني نيز توسعه وبكار گرفته شود.**

**يك نگاه سطحي به بسياري از متغيرهاي اقتصادي نظيرGDP و نرخ هاي بهره وارز نشان مي دهد كه اين متغيرها داراي ميانگين وواريانس ثابتي نمي باشندبطوريكه تعدادي از آنها همواره در حال افزايش ويا صعود بوده وتعداد ديگري نيز موجي شكل بوده ودوره هايي از افزايش وكاهش بي ثباتي را نمايش مي دهند.يك متغير تصادفي با واريانس ثابت را Homoskedastic و يك متغير تصادفي با واريانس غير ثابت را Heteroskedastic مي نامند.**

**براي تعدادي از سري هايي كه بي ثباتي درآنها مشهود است ،ممكن است واريانس غير شرطي اين سري ها ثابت باشد واين در حالي است كه در بعضي دوره ها ،واريانس سري بطور غير معمول بزرگ مي باشد.**

**وقايع سبك دار( STYLIZED FACTS )**

**عوامل متعددي باعث ايجاد ناهمساني در داده هاي سري هاي زماني مي شوند كه به آنها stylized facts مي گويند وعبارتند از:**

1. **اغلب سري هاي زماني داراي يك روندمعين مي باشند.كه اين روند هم در خود سري وهم در اجزاي تشكيل دهنده سري، ممكن است وجود داشته باشد.مثلا اين روند(بي ثباتي) ممكن است هم درGDP واقعي وهم دراجزاي تشكيل دهنده آن نظير سرمايه گذاري ،مخارج دولتي ومصرف ديده شود.**
2. **شوك هاي با درجه بالايي از ماندگاري ودوام( persistence ) كه باعث ايجاد موجهاي كوتاه وبلند در يك سري مي شوند.**
3. **بي ثباتي تعدادي از سري ها در طول زمان ثابت نيست.كه اين نوع سري هاكه داراي افزايش وكاهش شديد در بعضي دوره ها مي باشند را سري هاي داراي نا همساني شرطي يا(conditionally heteroskedastic )مي نامند،گرچه واريانس غير شرطي (بلند مدت) ثابت است ولي دوره هايي وجود دارد كه واريانس نسبتا بزرگ مي باشد.**
4. **تعدادي از سريها موجدار( meander ) به نظر مي رسند.اين سري ها دوره هايي از افزايش وكاهش را نشان مي دهند كه اين صعود ونزول ها باعث مي شوند كه سري هرگز به ميانگين بلند مدت خود برنگردد كه اين سريها معمولا "گام تصادفي" بوده وغير ساكن مي باشند.**
5. **بعضي از سريها همراه وهمگام با سريهاي ديگر حركت مي كنند.بعنوان مثال مي توان ملاحظه نمود كه حجم نقدينگي وتورم در ايران حركتي تقريبا همگام دارند.يعني تغيير در سري حجم نقدينگي مي تواند باعث تغييري تقريبا مشابه در سري تورم گردد.**

**فرآيندARCH**

**در مدل هاي سنتي اقتصاد،فرض مي شد كه واريانس جمله اختلال ثابت است.در پنج مورد فوق بيان نموديم كه تعدادي از سري هاي زماني دوره هايي از بي ثباتي غير معمول را نشان مي دهند كه بدنبال آن ممكن است دوره هايي با آرامش وبا ثبات ملاحظه شود.در اين حالات فرض "واريانس ثابت ياهمسان(Homoskedastic )"نامناسب است.بديهي است كه ممكن است شخصي بخواهد واريانس شرطي يك سري را براي كار خاصي پيش بيني نمايد. لذاانگل( Engle )در سال1982 نشان داد كه مي توان مدل همزمان ميانگين وواريانس را ارائه داد.به عنوان يك گام ابتدايي براي فهميدن متدلوژي انگل ،توجه كنيد كه پيش بيني هاي شرطي بسيار مناسب تر از پيش بيني هاي غير شرطي هستند.فرض كنيد مدل ايستاي ARMAبه شكل داشته باشيم.وبخواهيم  را پيش بيني كنيم.ميانگين شرطي  عبارتست از:**

****

**اگر از اين ميانگين شرطي براي پيش بيني  استفاده كنيم ، واريانس خطاي پيش بيني عبارتست از: **

**معهذا اگر پيش بيني هاي غير شرطي استفاده شود،پيش بيني غير شرطي معمولا برابر ميانگين درازمدت سري  است كه برابر با مي باشد .واريانس خطاي پيش بيني غير شرطي برابر است با:**



**از آنجائيكه مي باشد،پس نتيجه مي گيريم كه پيش بيني غير شرطي واريانس بزرگتري نسبت به پيش بيني شرطي دارد.بنابراين پيش بيني هاي شرطي مناسب تر مي باشند.**

**اگر واريانس  ثابت نباشد ،شما قادر خواهيد بود كه تغييرات مختلف موجود در واريانس را بكمك يك مدل ARMA تخمين بزنيد.براي مثال،فرض كنيد  نشان دهنده پسماندهاي مدل باشد،در اين حالت واريانس شرطي برابر است با:**

****

**تا اينجا ما  را ثابت وبرابر در نظر مي گرفتيم.حال فرض كنيد كه واريانس شرطي ثابت نباشد.يك استراتژي ساده اينست كه پيش بيني واريانس شرطي بكمك يك پروسه AR(q) وبا استفاده از مربع پسماندها ي تخمين زده شده،صورت گيرد.در اين صورت داريم:**

****

**كه  نوفه سفيد مي باشد.**

**اگر مقادير همگي صفر باشندواريانس تخميني ثابت وبرابر مي باشد.درغيراينصورت،واريانس شرطي طبق پروسه (3-3-1) رشد مي نمايدبنابراين در اين حالت مي توانيد از فرآيند (3-3-1) براي پيش بيني واريانس شرطي در زمان t+1 به صورت زير استفاده نماييد:**

****

**ازاينرو معادله شبيه معادله (3-3-1) را مدل ARCH يا(autoregressive conditional heteroskedastic ) مي نامند. مدلهاي ARCH كاربردهاي ز يادي دارندزيرا پسماندهاي مدلهاي مختلف ARMA يا مدلهاي خودرگرسيو ويا مدلهاي رگرسيوني استاندارد مي توانند به شكل يك مدل ARCH باشند.**

**يكي از ساده ترين مثالها در زمينه مدلهاي ناهمساني شرطي توسط Engle(1982) بيان شده است.در اين مثال فرض مي شود كه باقيمانده هاي يك مدل از الگوي زير تبعيت مي نمايند:**

****

**كه  نوفه سفيدبوده و وهمچنين و مستقل از يكديگر هستندو مي باشد.**

**از آنجائيكه يك نوفه سفيد ومستقل از  مي باشد ،براحتي مي توان نشان داد كه عناصر دنباله  داراي ميانگين صفر بوده وناهمبسته مي باشند.زيرا با توجه به اينكه  پس اگر از  اميد غير شرطي بگيريم ،خواهيم داشت:**

****

**از آنجائيكه  پس داريم:**

****

**واريانس غير شرطي نيز براحتي قابل محاسبه مي باشد:**

****

**با توجه به اينكه  وواريانس غير شرطي  برابر واريانس غير شرطي مي باشديعني(  ) ،بنابراين داريم:**

****

**بنابراين ميانگين وواريانس غير شرطي از حضور وتكرار پروسه خطاها متاثر نمي شوندومقادير ثابتي مي باشند.همچنين مي توان نشان داد كه ميانگين شرطي  برابر صفر است.با درنظرگرفتن اينكه و مستقل از يكديگر بوده و ،بنابراين ميانگين شرطيبرابر است با:**

****

 **تا اينجا ممكن است فكر كنيم كه دنباله  هيچگونه تاثيري از رابطه  نمي پذيرد.زيرا ميانگين صفر بوده وواريانس نيز ثابت مي باشد وهمه اتوكوواريانس ها نيز صفر مي باشنداما همه نوسانات رابطه مذكور درواريانس شرطي مي افتد.زيرا وواريانس شرطي  روي مقادير گذشته خوديعني برابر است با:**

****

**دررابطه (3-3-5) واريانس شرطي  به مقدار تحقق يافته  وابسته است.اگرمقدار تحقق يافته  بزرگ باشد ،واريانس شرطي در زمانt نيزبزرگ خواهد بود.در رابطه (3-3-5) واريانس شرطي يك فرآيند خودبازگشتي مرتبه اول مي باشد كه آن را با ARCH(1) نمايش مي دهند.اگر بخواهيم مطمئن شويم كه واريانس شرطي هرگز منفي نشود ،لازمست كه فرض نماييم كه  هر دو مثبت هستند.زيرا اگر  منفي باشد،يك مقدار كوچك تحقق يافته  باعث مي شود كه عبارت (3-3-5) منفي شودواگر  منفي باشد،يك مقدار به اندازه كافي بزرگ  باعث مي شود كه مقدار واريانس شرطي منفي شود.بعلاوه، براي اطمينان از پايداري [[1]](#footnote-2) پروسه ،بايد قيد  را داشته باشيم .**

**معادلات(3-3-4),(3-3-3), (3-3-2) (3-3-5), اجزاي اساسي فرآيندARCH را مشخص مي نمايند.در يك مدل ARCH ،ساختار خطاها بگونه ايست كه ميانگين هاي شرطي وغيرشرطي برابر صفر مي باشد.بعلاوه،دنباله بصورت سريالي ناهمبسته مي باشد زيرا براي همه داريم: .**

**نكته كليدي در اينجا اينست كه خطاهامستقل از يكديگر نيستند.(به ياد آوريد كه همبستگي يك رابطه خطي است)درواقع واريانس شرطي خودش يك فرآيند خودبازگشتي از خطاهاي ناهمسان شرطي مي باشد. زمانيكه مقادير تحقق يافته  از صفردورهستند-درنتيجه  نيز نسبتا بزر گ مي باشد- واريانس  گرايش به بزرگ شدن دارد.بنابراين ملاحظه مي نماييد كه ناهمساني شرطي در دنباله باعث ايجاد ناهمساني در سريمي گردد.بنابراين مدل ARCH قادر است كه دوره هاي آرامش وبي ثباتي در سري را تصرف وتسخير كند.**

**Engle(1982) كلاس كاملي از مرتبه هاي بالاتر فرآيندهاي ARCH(q)به شكل زير در نظر گرفت:**

****

**در رابطه (3-3-6) همه شوك ها از تا تاثير مستقيم بر  دارند، بنابراين واريانس شرطي شبيه يك پروسه خودرگرسيو مرتبهq عمل مي كند.**

**مدلGARCH**

**Bollerslev(1986) كار انگل را توسعه داد به گونه اي كه واريانس شرطي يك فرآيندARMA باشد.فرض كنيد كه پروسه خطاها به شكل زير باشد:**

****

**بطوريكه كه  و**

****

**ازآنجائيكه  يك نوفه سفيد است ،ميانگين هاي شرطي وغير شرطي برابر صفر مي باشد .كه اين موضوع را مي توان به شكل زير تاييد نمود:**

****

**اما نكته كليدي در اينجا اينست كه واريانس شرطي  عبارتست از:**

****

**بنابراين واريانس شرطي  از يك فرآيند ARMA بصورت عبارت  ، كه در (3-3-7)ذكر شده است،تبعيت مي كند.**

**درواقع تعميم يافته مدلARCH(p,q) مدل GARCH(p,q) ناميده مي شود.كه در اين حالت در واريانس ناهمساني هردوجزء ،خودرگرسيو وميانگين متحرك وجوددارد.چنانچه p=0 وq=1باشد،بديهي است كه در اينصورت مدلGARCH(0,1) همان مدل ARCH خواهدبود.واگر مقادير همه  ها برابر صفر باشد ،در اين حالت مدل GARCH(p,q) معادل يك مدل ARCH(q) مي باشد.يكي از مزاياي مدل GARCH اينست كه يك مدل ARCH مرتبه بالا ممكن است يك نمايش GARCHباصرفه تري[[2]](#footnote-3) (ازنظر مرتبه )داشته باشد كه در اينصورت برآورد آن بسيار ساده تر باشد. بايد توجه داشت كه همه ضرايب مربوط به رابطه بايد مثبت باشد.بعلاوه ،بايد مطمئن باشيم كه واريانس محدود مي باشد،وهمه ريشه هاي مشخصه معادله مذكور بايددر داخل دايره واحد قرار گيرند.واضح است كه يك مدل صرفه جو، شامل محدويت هاي كمتري بر روي ضرايبش مي باشد.**

**گاهي ممكن است كه در واريانس شرطي بجاي مربع وقفه هاي  ، از قدر مطلق آنها استفاده شود.به عبارت ديگر واريانس شرطي را به صورت زير ارائه مي كنند:**

****

**مدل فوق را با عنوان *AGARCH(p,q)* Cond.. Hetero... ) (Absolute Gene.. AutoRe... نمايش مي دهند.**

**تستهاي تشخيصي براي وجود خطاهايARCH وGARCH**

**خاصيت كليد مدلهاي GARCH اين است كه واريانس شرطي توزيع سري  بوسيله يك فرآيند ARMA تشكيل مي شود.از اينرو انتظار مي رود كه باقيماند ه هاي مدل ARMA مربوطه، الگوي ويژه اي را نشان دهند.براي توضيح بيشتر،فرض كنيد شما  را با يك فرآيندARMA تخمين زده ايد.اگر مدلي كه شما براي  برآورد نموده ايد كفايت[[3]](#footnote-4) نمايد،در اينصورت بايستي ACF و PACF مربوط به باقيمانده ها، يك نوفه سفيد رانمايش دهند. همچنين، ACF مربوط به مربع باقيمانده ها، مي تواند در تعيين مرتبه فرآيند GARCH به ماكمك نمايد.معادله  بسيار شبيه يك فرآيندARMA(p,q) استانداردبه نظر مي رسد.بنابراين،اگر ناهمساني شرطي وجودداشته باشد،نمودار همبستگي يا( correlogram)بايستي چنين فرآيندي را پيشنهاد نمايد.تكنيكي كه باعث ايجاد نمودار همبستگي مربع پسماندها مي شود ،شامل مراحل زير است:**

**1- ابتدا دنباله را با استفاده از مناسب ترين[[4]](#footnote-5) مدلARMA ( يا مدل رگرسيوني )تخمين بزنيد وسپس مربع خطاي باقيمانده هاي مدل  را بدست آوريد.همچنين واريانس نمونه باقيمانده ها ( ) را كه بصورت زير تعريف مي شود ،محاسبه نماييد:**

****

**كه T تعداد باقيمانده ها مي باشد.**

**2-نمودار همبستگي مربع باقيمانده ها را بكمك رابطه زير بدست آورده ،سپس آن را رسم نماييد:**

****

**3-درنمونه هاي بزرگ ،انحراف استاندارد  تقريبا برابر  مي باشد.مقاديري از كه بطور مشخص مخالف صفر هستند ،دلالت بر وجود خطاهايGARCH مي نمايندبراي تشخيص با معني بودن گروهي از ضرايب نيز مي توان از آماره Q لجانگ-باكس[[5]](#footnote-6) استفاده نمود .كه اين آماره نيز به شكل زير تعريف مي شود:**

****

 **چنانچه دنباله  بطور سريالي ناهمبسته باشد،آماره مذكوردر (3-3-8) بطور مجانبي داراي توزيع  با درجه آزادي n مي باشد.رد كردن فرضيه صفر(بصورت سريالي ناهمبسته اند) معادل است با ردكردن فرضبه صفر(عدم وجود خطاهاي ARCH يا GARCH ). در عمل مقدار n را در نظر مي گيرند.**

**يك آزمون رسمي تري بنام [[6]](#footnote-7)LM براي توزيع ARCH توسط انگل در سال 1982ارائه شده است. كه متدلوژي آن شامل دومرحله زير مي باشد:**

**1-ابتدا از متدOLS براي تخمين معادله رگرسيوني مناسب يا مدل ARMAاستفاده نماييد وسپس مربع خطاهاي برازش شده[[7]](#footnote-8) را بناميد.**

**2 –مربع باقيمانده ها را روي يك ثابت و q وقفه از مقادير رگرس كنيد،خواهيم داشت:**

****

**اگر اثرات ARCH وGARCH وجود نداشته باشد،مقادير برآوردشده  تا بايد صفر باشند.ازاينرو،اين رگرسيون قدرت توضيح دهندگي پاييني خواهدداشت،بنابراين ضريب تعيين(  ) كاملا پايين خواهد بود.اگر تعداد Tباقيمانده را داشته باشيم،تحت فرضيه صفر(عدم وجود خطاهايARCH) ،آماره آزمون  به يك توزيع  با q درجه آزادي همگرا خواهدشد.اگر به اندازه كافي بزرگ باشد(يعني  بزرگتر از(جدول با q درجه آزادي) باشد)،فرضيه صفر مبني بر اينكه( تا  همگي برابر صفر هستند)را رد مي نماييم كه در واقع اين معادل رد كردن فرضيه صفر(عدم وجود خطاهاي ARCH) مي باشد.به عبارت ديگر،اگر خيلي پايين باشد،ممكن است كه اثرات ARCH وجود نداشته باشد.در كارهاي تجربي ودر نمونه هاي كوچك،معمولا يك آزمونF (F-test )براي فرضيه صفر(  )مناسب تر ازآزمون  مي باشد.مقدار F بدست آمده از نمونه بايستي با F جدول( با q درجه آزادي در صورت كسر وT-q درجه آزادي در مخرج كسر)مقايسه گردد.**

**توجه داشته باشيد معادله اي كه شامل واريانس غير ثابت باشدداراي فاصله اطمينان متغير براي دوره هايي است كه پيش بيني درآن دوره ها انجام مي گيرد ،به گونه اي كه در د وره هايي كه متغير مورد بررسي بي ثبات است اين فاصله گسترده تر و در دوره هاي آرامش متغير مورد بررسي، اين فاصله منقبض تر مي شود.همچنين از آنجائيكه تخمين  كه شامل وقفه هاي زياد  باشد كار مشكلي است،بهتر است در اين حالت از مدل GARCH استفاده شود،به اين طريق كه ابتدا بكمك آزمون LM مرتبه ARCHرا پيدا مي كنيم ،سپس باقيمانده هاي آن را روي يك مقدار ثابت و رگرس مي نماييم ودرنهايت با تشكيل عبارت ومقايسه آن با جدول با يك درجه آزادي،در صورت برقراري رابطه نمي توان وجود يك GARCH مرتبه اول را براي سري مورد نظر در سطح مورد نظر(مثلا5%درصد)ردنمود.واين عمليات را براي بررسي وجود GARCH هاي مرتبه بالاتر ادامه مي دهيم.**

**تستهاي تشخيصي درنهايت بايد نشان دهند كه ACF و PACF مربوط به مربع باقيمانده ها ،نبايد ضرايب بزرگتر از  داشته باشندوآزمون LM نيزدر نهايت نبايد براي وقفه هاي ديگر  و در سطح مورد نظر با معني باشد.توجه داشته باشيد كه هرگز جمله عرض از مبدأ را حذف نكنيد حتي اگر بي معني باشدزيرا يك عرض از مبدأصفر،نشاندهنده اينست كه مقدار واريانس بلند مدت صفر است.**

**مدل ARCH-M**

 **Robins,Lilien,Engle درسال1987 ساختار مدل ARCH را توسعه دادند بگونه ايكه ميانگين دنباله بستگي به واريانس شرطي خودش داشته باشد واين كلاس از مدلهارا ARCH درميانگين يا( ARCH-M ) ناميدند كه براي مطالعه بازارهاي دارايي ( asset markets ) بسيار مناسب است.**

# ازآنجائيكه ريسك يك دارايي مي تواندبوسيله واريانس برگشتي هاي آن اندازه گيري شود وپاداش ريسك تابعي افزايشي ازواريانس شرطي برگشتي هاي آن دارايي مي باشد. Robins,Lilien,Engle براي بيان اين ايده، درآمدهاي اضافي ناشي از نگهداري يك دارايي داراي ريسك را بكمك معادله زير نشان دادند:

****

**كه: :درآمد اضافي ناشي از نگهداري يك دارايي بلند مدت در يك دوره مي باشد**

 **:پاداش ريسك[[8]](#footnote-9) مورد نياز براي افراد ريسك گريز به منظورنگهداري بلندمدت دارايي نسبت به**

 **يك دوره اوراق قرضه[[9]](#footnote-10)**

 **:شوك غير قابل پيش بيني براي درآمد اضافي ناشي از دارايي بلند مدت**

**توجه كنيد كه درآمد اضافي انتظاري ناشي از نگهداري دارايي بلند مدت بايد دقيقا برابر با پاداش ريسك(خطراحتمالي)باشد،يعني:**

****

 **Robins,Lilien,Engleفرض كردند كه پاداش ريسك تابعي افزايشي ازواريانس شرطي برگشتي هاي آن دارايي مي باشد**.  **يعني اگر واريانس شرطي براي درآمد بزرگتر باشد پاداش بيشتري نياز است تا كارگزار را وادار كند كه دارايي را براي بلند مدت نگهدارد.اگر واريانس شرطي  باشد،پاداش ريسك مي تواند به صورت زير بيان شود:**

 ** **

**كه يك فرآيند ARCH(q) بصورت زير است:**

****

**معادلات فوق يك مدل ساده ARCH-M را تشكيل مي دهند.معادلات (3-3-9)و(3-3-10) ،نشان مي دهند كه ميانگين شرطي  بستگي به واريانس شرطي  دارد ومعادله (3-3-11) نيز دلالت بر اين دارد كه واريانس شرطي يك فرآيند ARCH(q) مي باشد.اگرواريانس شرطي ثابت باشد(يعني اگر  ) مدل ARCH-M به حالت بسيار سنتي " پاداش ثابت براي ريسك" تبديل مي شود.زمانيكه  كاهش مي يابد رفتار بسيار به رفتار  نزديك مي شود واز آن به شدت تقليد مي نمايدواگر باشد تأثيرات ARCH-M وجود نخواهد داشت.همچنين وقتي پاداش ريسك افزايش مي يابد فرد ريسك گريز به دنبال دارايي هايي است كه داراي ريسك كمتري باشند.**

**مطالب بيشتري درباره خواص فرآيندهاي GARCH**

**زمانيكه شما يك فرآيندGARCH راتخمين مي زنيد،درواقع در حال تخمين زدن دومعادله مرتبط باهم (كه بريكديگر اثر مي گذارند) هستيد،كه اين دو معادله عبارتند از:**

****

**و**

****

**كه  مي تواند يك فرآيند ARMA از مرتبه باشد.بعلاوه  مي تواند شامل متغيرهاي برونزا نيز باشد.**

**معادله (3-3-12)،يك مدل ميانگين ومعادله (3-3-13) مدلي از واريانس مي باشد.نمادهاي  و بدين منظور استفاده شده است كه لزومي ندارد كه مرتبه فرآيند ARMA برابر مرتبه معادله GARCH(p,q) باشد. دو معادله(3-3-13),(3-3-12) باهم ارتباط دارند بطوريكه واريانس شرطي مي باشد.بنابراين فرآيند GARCH، واريانس شرطي معادله ميانگين مي باشد.مرتكب اين اشتباه نشويد كه تصور كنيد كه  واريانس شرطي خودش است.اگرداشته باشيم  ، مي توانيم ارتباط بين  و  رابصورت زير نشان دهيم:**

****

**وازآنجائيكه  پس خواهيم داشت:**

****

**بنابراين واريانس شرطي دنباله  مي باشد.**

**ازآنجائيكه GARCH(1,1) بيشترين محبوبيت را در بين اشكال بي ثباتي شرطي داردودر اغلب داده هاي مالي نيز بي ثباتي وشوك ها پايدار هستند در قسمت بعد به اين نوع مدل بيشتر مي پردازيم:**

**خواص فرآيندهاي خطاي GARCH(1,1)**

**درغياب ناهمساني شرطي ،دنباله  داراي ميانگين صفر،واريانس ثابت ،وخودهمبستگي بين همه  و  ها صفر است.اما واضح است كه در صورت وجود فرآيند هاي GARCH وضعيت پيچيده تر مي شود.اگر از فرآيند GARCH(1,1) انتظارات شرطي بگيريم خواهيم داشت:**

****

**يا**

****

**ميانگين :ميانگين غير شرطي برابر صفر است.اگر از معادله واريانس اميد بگيريد ،خواهيدداشت:**

****

**ازآنجائيكه  بستگي به ندارد و  ،پس نتيجه مي گيريم كه:**

**واريانس : با توجه به اينكه :**

****

**واريانس غيرشرطي فرآيند GARCH(1,1) عبارتست از:**

****

**اگر  وداشته باشيم: **

**در اينصورت، ميتوانيم عبارت (3-3-15) را ساده نماييم . رابطه (3-3-16) از قانون انتظارات تكراري تبعيت مي كندبراي تشكيل اين قانون بايد باشد.درواقع، انتظارات غير شرطي از واريانس شرطي دقيقا همان واريانس غير شرطي است.بنابراين،با اعمال وقفه ،مي توانيم رابطه اخير رابصورت  بنويسيم،بنابراين:**

** **

**اگر رابطه (3-3-17) را در معادله (3-3-15) قراردهيم ،خواهيم داشت:**

****

**بنابراين، رابطه (3-3-18)جواب واريانس غير شرطي مي باشد.اگر  باشد واريانس غير شرطي عبارتست از:**

****

**براي مدل عموميGARCH(p,q) ،شرط محدود بودن واريانس بصورت زير است:**

****

**تابع خودهمبستگي:همه خودهمبستگي هاي  برابر صفرهستند.زيرا با در نظر گرفتن رابطه زير:**

****

**ازآنجائيكه  و  به مقدار وابستگي ندارند و مي باشد،اين نتيجه مي دهد كه همه خودهمبستگي ها صفر هستند(براي ) .**

**واريانس شرطي:واريانس شرطي فرآيند خطاها  مي باشد.عبارت زير را درنظر بگيريد:**

****

**اين نتيجه ساده ،اساسي ترين خاصيت مدلسازي GARCH مي باشد.واريانس شرطي فرآيند خطاها ثابت نيست.با تعيين مناسب پارامترهاي،مي توان واريانس شرطي  رامدلسازي نمود وآن را پيش بيني كرد.**

**تداوم بي ثباتي: در يك پروسه GARCH ، خطاها ناهمبسته هستندبطوريكه  مي باشد.معهذا،همانطوريكه در رابطه (3-3-14)نشان داده شد،مربع خطاها فرآيند GARCH(1,1) همبسته هستند.ميتوان نشان داد كه درجه تباهي[[10]](#footnote-11) (كاهش ياميرايي)خودرگرسيوني مربع پسماندها برابر () است.**

**درواقع،ACFمربوط به مربع پسماندهاي فرآيندGARCH(1,1) رفتاري شبيه يك فرآيند ARMA(1,1) دارد.بزرگ بودن هردوضريب و  باعث افزايش بي ثباتي شرطي مي شود،ولي اين عمل از دوراه متفاوت انجام مي گيرد.يك مقدار بزرگتر ،باعث مي شود واكنش  نسبت به اطلاعات**

**جديد بيشتر شود.،اگربزرگ باشد،يك شوك  تاثير قابل ملاحظه اي روي  و خواهد د اشت.چنانچه در مدلي بزرگ باشد نقاط اوج[[11]](#footnote-12) آن پايداري(سماجت)[[12]](#footnote-13) بيشتري دارند وواريانس شرطي آن تداوم خودرگرسيوني بيشتري را نشان خواهدداد.همچنين بايد توجه داشت كه مقدار بايد مثبت باشد.وهمچنين ACF مربوط به مربع باقيمانده هاي GARCH(1,1) و ACFباقيمانده هاي يك فرآيند ARMA(1,1) كاملا قابل قياس نمي باشند.اگر  باشد،مي توان رابطه(3-3-14) را بصورت زير نوشت:**

****

**بنابراين هيچ رابطه متقابلي بين  و وجود ندارد،در اينصورت نمي توان مدلي براي واريانس شرطي تعيين كرد.درمورد فرآيند GARCH(p,q) اين مقايسه داراي ابهام بيشتري است . Bollerslev(1986) ثابت كرد كه ACF حاصل از مربع باقيمانده هاي يك فرآيندGARCH(p,q) شبيه يك فرآيند ARMA(m,p) عمل مي كند كه m=max(p,q) مي باشد.اين باعث مي شود كه تعيين مناسب ترين مقادير p وq قدري مشكل شود.**

**ارزيابي برازش**

**يك راه براي كفايت يك مدل GARCH اينست كه ببينيم كه آيا داده ها به خوبي برازش شده اند.تعدادي محققين براي اين منظور ازSBC و AIC استفاده مي كنند.بعلاوه،تعدادي از نرم افزارهاي آماري نيز از معيار هاي مذكور براي اندازه خوبي برازش[[13]](#footnote-14) يك مدل GARCH برآورد شده استفا ده مي كنند.معهذا،براي تفسير چنين نتايجي بايددقت نمود،زيرا Bollerslev,Engle,Nelson(1994) در اين زمينه اظهار داشته اند كه " … خواص آماري آنها در زمينه ARCH بسيار ناشناخته اند" . معيار AIC را در نظر بگيريد:**

****

**توجه كنيد كه مجموع مربع باقيمانده ها همان  مي باشد؛ بنابراين،SBCو AICمربع انحرافات از ميانگين مدل را اندازه گيري مي كنند.درعوض،فرض كنيد كه شما مي خواهيد بدانيد كه مدل مربوط به واريانس به چه خوبي، داده هارا برازش كرده است.براي مثال،شما ممكن است بخواهيد ببينيد كه آيا يك ARCH(2) برازش بهتري از واريانس نسبت به GARCH(1,1) دارد .به منظور مقايسه مجموع مربع باقيمانده ها،عبارت زير را در نظر بگيريد:**

****

**دراينجا، مجموع مربعات تفاوت بين و مقدار برازش شده از واريانس شرطي مي باشد.زمانيكه مقادير برازش شده به نزديك باشد، كوچك خواهدبود، مدلي كه كوچكترين مقدار دارد انتخاب مي شود.يك راه براي مقايسه مدلهاي جانشين اينست كه مقادير برازش شده  را روي مقادير  رگرس نماييم.مدلي كه داراي بزرگتري مي باشد ،مناسب ترين مدل خواهد بود. توجه داشته باشيد كه  براي تخمين پارامترهاي اضافي ،جريمه اي در نظر نمي گيرد.**

**گرچه درباره انتخاب بهترين معيار از بين معيارهاي مختلف ارزيابي مدل هاي واريانس، دقيقا نمي توان اظهار نظر نمود،اما پيشنهاد مي شود كه از معيارSBC و AIC استفاده شود.اگر فرض شود كه فرآيند خطاها نرمال باشد،مقدارتابع حداكثر راستنمايي به شكل زير است:**

****

**كه:**

**: مقادير برآوردشده واريانس شرطي**

**: مقادير برازش شده مربع باقيمانده ها**

**: حداكثر مقدار تابع log-likelihood**

**توجه كنيد كه  هيچ جريمه اي براي تخمين پارامترهاي اضافي در نظر نمي گيرد.به هرحال،شما مي توانيد از معيار هاي زير استفاده نماييد:**

****

****

**كه  در بالا تعريف شده و  نيز تعداد پارامترهاي تخميني است.**

**تست هاي تشخيصي براي كفايت مدل**

**علاوه بر فراهم آوردن يك برازش خوب،يك مدل تخميني بايد همه جنبه هاي پوياي مدل ميانگين ومدل واريانس را در بر بگيرد(تسخير نمايد). باقيمانده هاي تخميني بايد بصورت سريالي ناهمبسته بوده وديگرهيچ گونه بي ثباتي شرطي در آنها ديده نشود.شما مي توانيد براي اطمينان از اينكه مدل شما خواص فوق را دارا مي باشد ،ابتدا باقيمانده هارا استاندارد نماييد؛واين كاررا مي توانيد به كمك تقسيم كردن  بر انجام دهيد.بنابراين،درواقع شما هر باقيمانده اي را با استفاده از انحراف استاندارد شرطي خودش،استاندارد نموده ايد.سري حاصل را مي ناميم كه داراي ميانگين صفر وواريانس يك مي باشد.**

**اگر هر گونه همبستگي سريالي در دنباله  وجودداشته باشد، نتيجه مي گيريم كه مدل ميانگين درست تصريح نشده است.براي اطلاع از اين موضوع مي توان از آماره Q لجانگ-باكس براي سري استفاده نمود.شما نبايد بتوانيد فرضيه صفر(همه Q هاي مختلف برابر صفر هستند)راردكنيد.**

**براي انجام اين آزمون كه آيا هنوز هم تأثيرات GARCH وجوددارد،آماره Q لجانگ-باكس براي مربع باقيمانده هاي استاندارد شده (يعني  ) تشكيل مي دهيم. اگر تأثيرات GARCH باقي نمانده باشد ،شما نبايد قادر باشيد كه فرضيه صفر (مقادير نمونه آماره Q برابر صفر هستند)رارد كنيد.ايده اساسي اينست كه  برآوردي از مي باشد.بنابرين يك نوفه سفيد خواهد بود.**

**وقتي شما يك مدل رضايتبخش را بدست آورديد،مي توانيد مقادير آينده وواريانس شرطي  را پيش بيني كنيد.بعلاوه،مي توانيديك فاصله(باند)اطمينان براي پيش بيني تشكيل دهيد وبراي اين منظوراز برآورد انحراف استاندارد شرطي استفاده نماييد.ازآنجائيكه  مي باشد، مي توان يك فاصله اطمينان به اندازه دو برابر انحراف استاندارد براي پيش بيني به شكل زير ساخت:**

****

**نظر به اينكه ميانگين هر فرآيند GARCH برابر صفر مي باشد،پيش بيني بهينه گام به جلو از به وجود خطاهاي GARCH بستگي ندارد.ليكن،اندازه فاصله اطمينان اطراف پيش بيني ها بستگي به بي ثباتي شرطي دارد.**

**بديهي است دردوره هايي كه بي ثباتي شرطي قابل توجه است(يعني  بزرگ است)،واريانس خطاي پيش بيني نيز بزرگ خواهد بود.در اين حالت به علت بالا بودن بي ثباتي شرطي ،نمي توانيم به پيش بيني هايمان در اين دوره ها اطمينان نماييم.**

**پيش بيني واريانس شرطي**

**بدست آوردن پيش بيني يك گام به جلو از واريانس شرطي آسان است.اگر را براي يك دوره بعد بهنگام[[14]](#footnote-15) نماييم،خواهيم داشت:**

****

**باتوجه به اينكه و  در زمان  معلوم هستند، پيش بيني يك گام به جلو به راحتي به شكل بالا قابل حصول است.اما بدست آوردن پيش بيني هاي گام به جلو قدري مشكل است.براي شروع،ازاين واقعيت كه  مي باشد، استفاده مي نماييم وخواهيم داشت:.**

**اگر دوره را بهنگام رسانيم وسپس از هر طرف اميد شرطي بگيريد،خواهيم داشت:**

****

**از آنجائيكه  مستقل از و همچنين است،پس:**

****

**مي توانيم از رابطه (3-3-19) براي بدست آوردن پيش بيني هاي واريانس شرطي فرآيند GARCH(1,1) استفاده نماييم.با بهنگام نمودن رابطه (3-3-14) براي** **دوره رابطه زير را بدست خواهيم آورد:**

****

**وبا گرفتن اميد شرطي داريم:**

****

**اگر رابطه اخير را با رابطه(3-3-19) تركيب نماييم،داريم:**

****

**با توجه به ، مي توانيم به كمك رابطه (3-3-20) همه مقادير دنباله واريانس شرطي را بصورت زير پيش بيني نماييم**:



**اگر  باشد،پيش بيني هاي شرطي به مقدار بلند مدت همگرا خواهندشد:**

****

**بطور مشابه، ميتوانيم واريانس شرطي فرآيندARCH(q) زير را پيش بيني نماييم:**

**** 

**اگر معادله (3-3-21) را براي يك دوره بعد بنويسيم،خواهيم داشت:**



**همانطور كه در بالا ذكرشد ،در دوره ** ،**همه اطلاعات لازم براي محاسبه مقدار براي هر فرآيند** **GARCH را داريم .حال ،اگر(3-3-21) را براي دودوره بهنگام نماييم و از آن اميد شرطي بگيريم،خواهيم داشت:**



**با توجه به اينكه  ، داريم:**



**به اين نكته توجه كنيد كه مي توان پيش بيني هاي گام به جلو از واريانس شرطي را بصورت بازگشتي[[15]](#footnote-16)بدست آورد. هنگامي كه ، پيش بيني  به ميانگين غير شرطي همگرا خواهد شد:**

****

**واضح است كه شرط لازم براي همگرايي اينست كه معكوس ريشه هاي معادله مشخصه  خارج از دايره واحد قرار گيرند.اين شرط لازم براي داشتن ميانگين بلندمدت بصورت  مي باشد.براي اطمينان از اينكه واريانس هميشه مثبت باشد،لازمست كه براي هر داشته باشيم:  و.**

**ميتوان نتايج فوق را براي هر نوع فرآيند GARCH(p,q) تعميم داد.خوشبختانه، اكثر نرم افزارهاي آماري مي توانندمحاسبات فوق را بصورت خودكار انجام دهند .**

**مدلهاي IGARCH**

**در سريهاي زماني مالي،بي ثباتي شرطي ماندگاريا سمج(persistent ) است.در واقع،اگر شما براي تخمين سري زماني بلندمدت درآمدهاي سهام از يك مدل GARCH(1,1) استفاده نماييد،متوجه خواهيد شد كه مجموع  و بسيار به يك نزديك است.Nelson(1990) استدلال نمود كه قيد مي تواند نمايش با صرفه تري از توزيع درآمد يك دارايي را ارائه دهد،اين قيد باعث مي شود كه واريانس شرطي شبيه يك فرآيندي با ريشه واحد( unit-root ) عمل نمايد.اين GARCH مجتمع( IGARCH )خواص بسيار جالبي دارد.با توجه به(3-3-20) ،اگر  باشد ، پيش بيني يك گام به جلو از واريانس شرطي عبارتست از:**

****

**و پيش بيني  گام به جلو:**

****

**بنابراين ،به استثناءجمله عرض از مبدأ  ،پيش بيني واريانس شرطي دوره آينده برابر مقدار كنوني واريانس شرطي است.بعلاوه،واريانس غير شرطي بطور مشخص نامحدود مي باشد.با اينحال،Nelson(1990) نشان داد كه مقايسه بين فرآيند IGARCH و يك فرآيند ARIMA با ريشه واحد ، كامل نيست.اگر داشته باشيم ،و ، ميتوانيم واريانس شرطي را به صورت زير بنويسيم:**

****

**وپس از حل معادله فوق براي  :**

****

**بنابراين،برخلاف يك فرآيند غيرساكن،واريانس شرطي يك تابع) هندسي( كاهشي از مقادير تحقق يافته جاري وگذشته دنباله  مي باشد.پس،يك مدلIGARCH مي تواندمثل هرمدل GARCH ديگري تخمين زده شود .**

##### **مدلهاي داراي متغيرهاي توضيحي**

**مدل ميانگين مي تواندشا مل متغيرهاي توضيحي نيز باشد،همچنين  نيز متغيرهاي توضيحي را مي پذيرد.براي مثال،فرض كنيد كه مي خواهيدمشخص كنيد كه حمله هاي تروريستي 11سپتامبر2001،بي ثباتي درآمدهاي دارايي را افزايش داده است.يك راه براي انجام اينكار ايجاد يك متغير دامي به نام  مي باشدكه مقدار آن براي قبل از 11سپتامبر صفر وبعد ازآن يك باشد.بنابراين ميتوان براي اين منظور يك مدل GARCH(1,1) بصورت زيرمشخص نمود:**

****

**اگر  بدست آيد،ممكن است نتيجه بگيريم كه حمله هاي تروريستي باعث افزايش بي ثباتي شرطي شده است.**

**مدلهاي نامتقارن TARCH :و EGARCH**

**يك ويژگي جالب قيمتهاي دارايي اينست كه به نظر مي رسد كه اخبار "بد”[[16]](#footnote-17) نسبت به اخبار "خوب"[[17]](#footnote-18)تأثير بيشتري روي بي ثباتي دارد. براي تعدادي از سهام ها،يك همبستگي منفي بالايي بين درآمد جاري وبي ثباتي آينده وجود دارد.زماني كه درآمد بالا مي رودگرايش براي بي ثباتي كاهش مي يابدوزمانيكه درآمدها(برگشتي ها)كاهش مي يابد بي ثباتي بالا مي رود.اين اثر را Leverage effect مي نامند.كه اين ايده در شكل (3-1) نمايش داده شده است.**

 **بي ثباتي انتظاري**

**c**

 **b**

**a**

 ****

 **اطلاعات جديد 0**

 **شكل(3-1) :اثرLeverage**

**در شكل(3-1) "اطلاعات جديد” [[18]](#footnote-19) بوسيله مقدار  اندازه گيري مي شود.اگر  باشد،بي ثباتي انتظاري برابر0a است.هرگونه خبري، بي ثباتي را افزايش مي دهد.؛معهذا،اگر خبر "خوب"باشد(يعني  مثبت است)،بي ثباتي در طول  افزايش مي يابد.اگر خبر "بد"باشد،بي ثباتي در طول  افزايش مي يابد.از آنجائيكه قسمت  پرشيب تر از قسمت مي باشد،يك شوك مثبت به اندازه تأثير كمتري نسبت به يك شوك منفي( به همان اندازه) روي بي ثباتي خواهدداشت.**

**Glosten,Jaganathan,Runkle(1994) نشان دادند كه به چه علت تأثير اخبار بد وخوب روي بي ثباتي، متفاوت است.در يك مفهوم،  يك آستانه[[19]](#footnote-20) مي باشد بطوريكه شوك هاي بزرگتر از آستانه تأثير متفاوتي نسبت به شوك هاي زير آستانه دارند.فرآيند GARCH آستانه اي يا) (TARCH را بصورت زير در نظر بگيريد:**

****

**كه  يك متغير دامي است بطوريكه اگر باشد مقدار آن برابر يك وبه ازاي  برابرصفر مي باشد.مي توان از مدل TARCH درك نمود كه مقادير مثبت  با يك مقدار صفر براي  تداعي مي شود.بنابراين،اگر باشد،تأثير يك شوك( ) روي  برابر  مي باشد.زمانيكه  است،تأثير يك شوك( )روي برابر  مي باشد.اگر باشد ،شوكهاي منفي نسبت به شوكهاي مثبت تأثير بيشتري روي بي ثباتي دارند.مي توانيد يك متغير دامي  ايجادنموده و عبارت  را بدست آوريد. اگر ضريب بصورت آماري مخالف صفر باشد،مي توانيد نتيجه بگيريد كه داده هاي شما حاوي يك اثرآستانه اي[[20]](#footnote-21) مي باشند.**

**مدل ديگري كه اثر نامتقارن اخبار را مي پذبرد مدل GARCH نمايي يا( EGARCH) مي باشد.**

**مشكلي كه در استفاده از مدل GARCH استاندارد داريم اينست كه بايد مطمئن شويم كه همه ضرايب تخميني مثبت باشند.Nelson(1991) مدلي پيشنهاد داد كه درآن نياز نيست كه قيدنامنفي بودن ضرايب را داشته باشيم.مدل زير را در نظر بگيريد:**

****

**معادله فوق GARCH نمايي يا ( EGARCH) ناميده مي شود.سه خصيصه جالب مدل EGARCH عبارتند از:**

**1-معادله واريانس شرطي به شكل لگاريتمي-خطي است. عليرغم بزرگي ،مقدار نمي تواند منفي باشد.بنابراين،ضرايب مجازندكه منفي نيز باشند.**

**2-بجاي استفاده از مقدار ، اين مدل ازمقادير استاندارد شده (يعنيتقسيم بر ) استفاده مي نمايد.نلسون نشان داد كه اين استاندارد نمودن ،اجازه مي دهد كه بتوان تفسيرهاي بهتري از اندازه و ماندگاري شوكها داشته باشيم.**

**3**-**مدل EGARCH اثر leverage را مي پذيرد.اگر  مثبت باشد، اثر شوك روي لگاريتم واريانس شرطي برابر مي باشد. .اگر  منفي باشد، اثر شوك روي لگاريتم واريانس شرطي برابر است.**

**گرچه مدل EGARCH نسبت به مدل TGARCH مزيتهايي دارد،اما پيش بيني واريانس شرطي مدل EGARCH كار مشكلي است.براي مدل TGARCH ، اگر فرض كنيم كه  باشد. درآمدهاي دارايي متقارن هستند،در اين حالت شانس 50:50 براي مثبت بودن مقدار تحقق يافته  وجودخواهدداشت.**

**آزمون براي وجود اثراتLeverage**

**يك راه آزمون براي Leverage اينست كه مدلهاي TGARCH و EGARCH را برآورد نماييم وآزمون t را براي فرضيه صفر (  )انجام دهيم .علاوه برآن،يك آزمون تشخيصي معيني وجوددارد كه مي توانيد به كمك آن مشخص نماييد كه آيا اثرات Leverageديگري در باقيمانده ها وجوددارد.بعد از اينكه مدل هاي ARCH و GARCH را تخمين زديد،باقيمانده ها را به صورت زير استاندارد نماييد:**

****

**براي آزمون تعيين وجود اثراتLeverage ،يك رگرسيون به شكل زير تخمين مي زنيم:**



**اگراثراتLeverag**e **وجودنداشته باشد،مربع خطاها بايد با جملات سطح خطاهاناهمبسته باشد.بنابراين،اگرمقدارF نمونه براي فرضيه صفر (=0)بزرگتر از مقدار بحراني جدول F باشد،ميتوانيد نتيجه بگيريد كه اثراتLeverage وجوددارد.**

**EngleوNgدر سال 1993 راه ديگري را كشف نمودند كه مي توان به كمك آن نشان داد كه شوكهاي منفي ومثبت اثرات متفاوتي بر واريانس شرطي دارند.فرض كنيد  يك متغيردامي باشد كه به ازاي  برابر يك واگر باشد برابر صفر است.آزمون مشخص مي نمايد كه مربع باقيمانده هاي تخمين زده شده ،مي توانند با استفاده از دنباله پيش بيني شوند.آزمون اريب بودن علامت[[21]](#footnote-22) معادله رگرسيوني زير را بكار مي گيرد:**

****

**كه  باقيمانده رگرسيون مي باشد.**

**اگر آزمون t نشان دهد كه  به صورت آماري مخالف صفر است،علامت شوك دوره جاري براي پيش بيني بي ثباتي شرطي مفيد است.براي تعميم آزمون،ميتوانيد رگرسيون زير را تخمين بزنيد:**

****

**وجود  و  بدين منظور است كه مشخص نمايند كه اثرات شوكهاي مثبت ومنفي به اندازه آنها نيز، بستگي دارد.ميتوانيد از يك آزمون F براي فرضيه صفر( ) استفاده نماييد.اگر نتيجه گرفتيد كه اثر Leverage وجوددارد،ميتوانيد يك شكل ويژه از مدل TGARCH و EGARCH را تخمين بزنيد.(يك آزمون t فقط براي ضريب  آزمون ( Negative Size Bias )مي نامند،وآزمون فقط روي ضريب آزمون ( Positive Size Bias ) ناميده مي شود.**

**خطاهاي غيرنرمال**

**براي اكثردارايي هاي مالي،تابع توزيع براي نرخ برگشتي داراي "دم پهن"[[22]](#footnote-23) است.يك توزيع داراي دم پهن داراي وزن بيشتري در دمها نسبت به يك توزيع نرمال مي باشد.فرض كنيد كه نرخ برگشتي مر بوط به يك سهم خاص داراي احتمال بزرگتري از زيان(يا منفعت) نسبت به آن چيزي باشد كه بوسيله توزيع نرمال نمايش داده مي شود.بنابراين ،ممكن است كه شما نخواهيد يك تخمين حداكثر راستنمايي[[23]](#footnote-24) با استفاده از توزيع نرمال انجام دهيد. مي دانيد كه توزيع t نسبت به توزيع نرمال داراي دنباله اي پهن تري است.بنابراين،تعدادي از بسته هاي كامپيوتري به شما اجازه مي دهند كه مدلGARCH را با استفاده از توزيع t تخمين بزنيد.**

**خطاها با توزيع نرمال**

**به منظور مشخص كردن اينكه آيا توزيع خطاهاي استاندارد شده نرمال است، fractiles دنباله  را در مقابل fractiles توزيع نرمال رسم مي نماييم.حال،اگرداراي توزيع نرمال باشد،0.5درصدبايد زير 2.54- ، 2.5درصداز مقادير بايد زير1.64 - ، 50درصدبايد منفي،95درصدبايد بالاي 1.64انحرافات استاندارد،و99.5درصدبايد بالاي 54 .2باشد.يك نكته اينست كه اگر واقعا داراي توزيع نرمال باشد،زمانيكه fractiles را در مقابل fractiles توزيع نرمال رسم مي نماييم، بايد fractiles در طول يك خط راست قرار گيرد.**

منبع:

Enders,Walter, Time series

1. -stability [↑](#footnote-ref-2)
2. -Parsimonious [↑](#footnote-ref-3)
3. - adequate [↑](#footnote-ref-4)
4. -best fitting [↑](#footnote-ref-5)
5. - Ljung-Box [↑](#footnote-ref-6)
6. -Lagrange Multiplier- [↑](#footnote-ref-7)
7. -fitted errors [↑](#footnote-ref-8)
8. -risk premium [↑](#footnote-ref-9)
9. -bond [↑](#footnote-ref-10)
10. -decay [↑](#footnote-ref-11)
11. - peak [↑](#footnote-ref-12)
12. - persistence [↑](#footnote-ref-13)
13. -goodness-of-fit [↑](#footnote-ref-14)
14. -Update [↑](#footnote-ref-15)
15. - Recursive [↑](#footnote-ref-16)
16. -bad [↑](#footnote-ref-17)
17. -good [↑](#footnote-ref-18)
18. -new information [↑](#footnote-ref-19)
19. -threshold [↑](#footnote-ref-20)
20. -threshold effect [↑](#footnote-ref-21)
21. -Sign Bias test [↑](#footnote-ref-22)
22. -fat-tailed [↑](#footnote-ref-23)
23. -maximum likelihood [↑](#footnote-ref-24)